APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 40'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Se sabe que la función $g(x) = \frac{4x^2+5x}{-12+kx^2}$ tiene una asíntota en $y = \frac{4}{3}$. Hallar el valor de k.

Si la recta $y = \frac{4}{3}$ es asíntota de la función significa que:

$$\lim_{x\to\infty} g(x) = \frac{4}{3} \implies \lim_{x\to\infty} \frac{4x^2+5x}{-12+kx^2} = \frac{4}{3}$$

Al evaluar numerador y denominador nos encontramos que ambos tienden a ∞ , por lo tanto se presenta una indeterminación que debemos resolver; para ello dividimos numerador y denominador por x^2 :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4x^2+5x}{x^2}}{\frac{-12+kx^2}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{4+\frac{5}{x}}{-\frac{12}{x^2}+k}$$

En esta expresión $\frac{5}{x}$ y $\frac{12}{x^2}$ se aproximan a 0 , por lo tanto el numerador tiende a 4 y el denominador se aproxima a k . Entonces:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2+5x}{-12+kx^2} = \frac{4}{k}$$

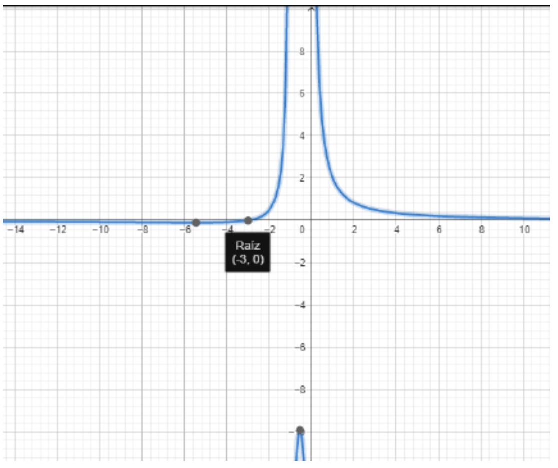
Si $\frac{4}{k} = \frac{4}{3} \implies k = 3$

Para este ejercicio trabajamos el concepto de límite y asíntotas de funciones.

2. Hallar el conjunto de positividad de la función $f(x) = \frac{x+3}{x\,(x+1)}$

Para resolver esta actividad se trabajarán los siguientes contenidos abordados durante el cuatrimestre: Números Reales- Ecuaciones e inecuaciones- intervalo- Funciones- Funciones cuadráticas- Funciones polinómicas - Estudio de una función.

Para determinar el conjunto de positividad de la función debemos analizar su comportamiento.



Antes de comenzar con el análisis de la función vamos a determinar el dominio de la misma, para ello debemos recordar que las funciones racionales tienen como puntos restringidos aquellos valores que anulan el denominador, por lo tanto:

$$x \neq 0 \qquad\qquad x+1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$$

De la expresión anterior determinamos: $Dom\, f = R - \{0; -1\}$

Se denomina conjunto de positividad de la función al conjunto de valores del dominio para los cuales la función es positiva.

Ahora bien, el cociente de dos expresiones es mayor a cero cuando ambas expresiones son positivas o ambas negativas.

$$\frac{x+3}{x\,(x+1)} > 0$$

Trabajamos con la primera situación: +/+

$$x+3 > 0 \qquad\qquad \wedge \qquad\qquad x.(x+1) > 0$$

$$x > -3 \qquad\qquad x > 0 \;\wedge\; x > -1 \;\;\vee\;\; x < 0 \wedge x < -1$$

Por lo tanto: $S1 = (-3; -1) \cup (0; +\infty)$

Del mismo modo trabajamos con la segunda situación: -/-

$$x+3 < 0 \qquad\qquad \wedge \qquad\qquad x.(x+1) < 0$$

$$x < -3 \qquad\qquad x > 0 \;\wedge\; x < -1 \;\;\vee\;\; x < 0 \wedge x > -1$$

Por lo tanto: $S2 = \{\emptyset\}$, ya que no hay intersección entre los intervalos propuestos

De este modo:

$$\boxed{\boldsymbol{c^+ = (-3; -1) \cup (0; +\infty)}}$$

3. Hallar los valores de $x \in \mathbb{R}$, para los cuales $18x - 3x^2 > 0$. Expresar el conjunto obtenido como intervalo o unión de intervalos.

En primer lugar escribimos la expresión como un producto, para eso hallamos las raíces de $18x - 3x^2 = 0$.

$$18x - 3x^2 = 0$$
$$3x(6 - x) = 0$$

Así: $18x - 3x^2 = 3x(6 - x)$
Entonces:

$$3x(6 - x) > 0$$

Por lo que, para encontrar los elementos de A, hay que hallar la solución de la inecuación.
Tenemos en cuenta que el producto entre dos factores es mayor que cero cuando ambos son mayores que cero o bien cuando ambos son menores que cero.
Planteamos:

$$(3x > 0 \ \wedge \ 6 - x > 0) \quad \vee \quad (3x < 0 \ \wedge \ 6 - x < 0)$$

<u>Solución 1:</u>

$$3x > 0 \ \wedge \ 6 - x > 0$$
$$x > \frac{0}{3} \wedge -x > -6$$
$$x > 0 \ \wedge \ x < 6$$
$$S_1 = (0; 6)$$

<u>Solución 2:</u>

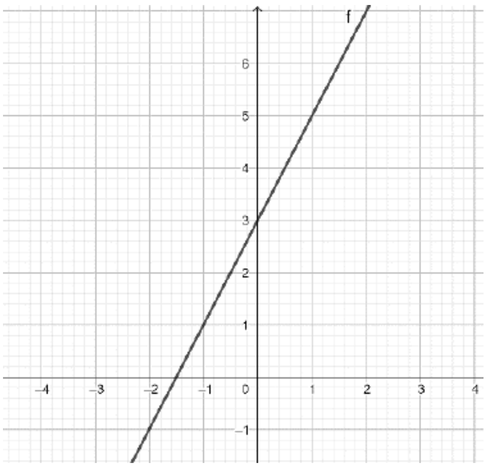
$$3x < 0 \ \wedge \ 6 - x < 0$$
$$x < \frac{0}{3} \wedge -x < -6$$
$$x < 0 \ \wedge \ x > 6$$
$$S_2 = \emptyset$$

Por lo tanto:

$$S = S_1 \cup S_2$$
$$S = (0; 6)$$

En este ejercicio trabajamos con inecuaciones e intervalos.

4. Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la siguiente gráfica:



Por tratarse de una función lineal resulta factible hallar su expresión conociendo las coordenadas de 2 de los puntos que pertenecen a la gráfica.
En este caso, la recta viene dada de tal modo que pueden obtenerse dichos puntos a partir de la observación atenta del gráfico, eligiendo a tal fin un par de ellos que posean coordenadas enteras. En efecto, pueden elegirse 2 de los siguientes: $(-1;1)$**,** $(0;3)$ y $(1;5)$ **.**

Si bien podría resultar indistinto tomar 2 cualesquiera, conviene empezar con el punto $(0;3)$ y partir de la forma explícita teniendo en cuenta que la ordenada al origen es 3 (intersección con el eje de ordenadas)
Entonces,

$$f(x) = m.x + b \quad \textbf{(1)}$$

$$f(x) = m.x + 3 \quad \textbf{(2)}$$

Se llega al mismo resultado si se hace $f(0) = 3$ en **(1)** puesto que el punto $(0;3)$ verifica la ecuación, es decir, cuando $x = 0$, $y = 3$.
Luego,

$$3 = m.0 + b$$

Despejando b resulta,

$$b = 3$$

Para calcular la pendiente se considera alguno de los 2 puntos restantes, por ejemplo, el $(1;5)$ y se procede en forma análoga reemplazando en **(2)** para hallar el valor de m **.**
Entonces,

$$f(1) = 5$$

$5 = m.1 + 3$

Se hace el despeje correspondiente:

$$5 - 3 = m$$

$$m = 2$$

En definitiva, la ecuación buscada es:

$$f(x) = 2.x + 3$$

Fácilmente puede comprobarse que los 3 puntos considerados verifican la ecuación.
Se le ha asignado un nombre a la función en este caso, llamándola f pero podría trabajarse directamente indicando la ecuación de la siguiente manera:

$$y = m.x + b$$

y la respuesta es:

$$y = 2.x + 3$$