UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

RESOLUCION 2° EVALUACION DOMICILIARIA

TURNO Nº 1:

1- Derivar:

a) $f(x)=\left(\sqrt[3]{x^2-3x}\right)3^{2x^3}$

Se debe derivar como producto

$$f'(x)=D\left(\sqrt[3]{x^2-3x}\right)\left(3^{2x^3}\right)+\left(\sqrt[3]{x^2-3x}\right)D\left(3^{2x^3}\right)$$

$$f'(x)=\left(\frac{(2x-3)}{3.\sqrt[3]{\left(x^2-3x\right)^2}}\right)\left(3^{2x^3}\right)+\left(\sqrt[3]{x^2-3x}\right)\left(6x.3^{2x^3}.\ln 3\right)$$

b) $F(x,y):\sqrt[3]{x^2y}-\ln\left(x^2-3y^3\right)+tg\left(3x^2y^3\right)+5$

Se debe derivar como función implícita:

$$y'=-\frac{\dfrac{2xy}{3\sqrt[3]{\left(x^2y\right)^2}}-\dfrac{2x}{\left(x^2-3y^3\right)}+\left(6xy^3\right)\sec^2\left(3x^2y^3\right)}{\dfrac{x^2}{3\sqrt[3]{\left(x^2y\right)^2}}+\dfrac{6y^2}{\left(x^2-3y^3\right)}+\left(9x^2y^2\right)\sec^2\left(3x^2y^3\right)}$$

c) $y=\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]^{\ln\left(x^2-3\right)}$

Derivación logarítmica:

$$\ln y=\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]^{\ln\left(x^2-3\right)}\quad\rightarrow \ln y=\ln\left(x^2-3\right)\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]\quad\rightarrow$$

Se deriva;

$$\frac{y'}{y}=D\ln\left(x^2-3\right)\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]+\ln\left(x^2-3\right)D\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]\quad\rightarrow$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{2x}{\left(x^2-3\right)}\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]+\ln\left(x^2-3\right)\frac{(2x-3).\cos\left(x^2-3x\right)}{sen\left(x^2-3x\right)}\quad\rightarrow$$

$$y'=y.\left[\frac{2x}{\left(x^2-3\right)}\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]+\ln\left(x^2-3\right)\frac{(2x-3).\cos\left(x^2-3x\right)}{sen\left(x^2-3x\right)}\right]\quad\rightarrow$$

$$y'=\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]^{\ln\left(x^2-3\right)}.\left[\frac{2x}{\left(x^2-3\right)}\ln\left[sen\left(x^2-3x\right)\right]+\ln\left(x^2-3\right)\frac{(2x-3).\cos\left(x^2-3x\right)}{sen\left(x^2-3x\right)}\right]$$

UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

2) Dada: $f(x)=\sqrt{2-x}$

$$y_T = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0) \qquad y_N = -\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)+f(x_0)$$

$$f(x_0)=f(1)=\sqrt{2-1}=1 \qquad f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{2-x}} \rightarrow f'(x)=f'(1)=\frac{-1}{2\sqrt{2-1}}=-\frac{1}{2}$$

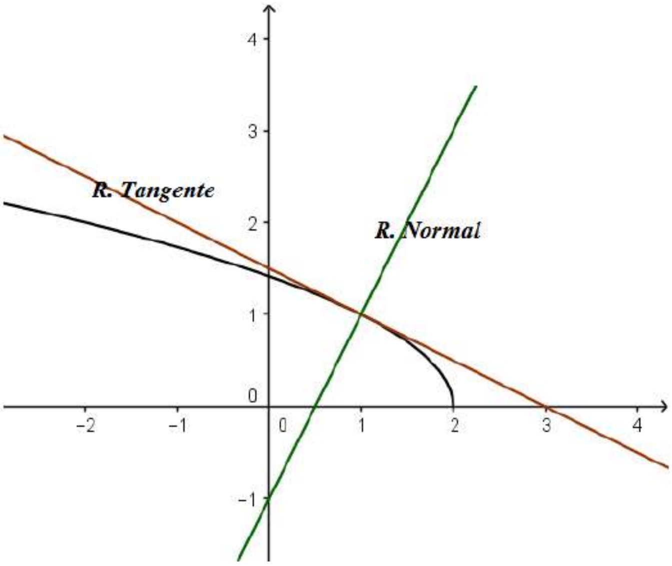
a) Determinar Ecuación de la recta Tangente en $x_0=1$

$$y_T=-\frac{1}{2}(x-1)+1 \quad \rightarrow \quad y_T=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

b) Determinar Ecuación de la Normal en $x_0=1$

$$y_N=-\frac{1}{-\frac{1}{2}}(x-1)+1 \quad \rightarrow \quad y_N=2x-1$$

c) Gráfica de la función y las rectas determinadas



3- Dada: $f(x)=\sqrt{x^2+2}$

a) Determinar y clasificar el/los punto/s critico/s

Dominio: $Df=\{\forall x \in R\}$

Se deriva: $f'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}$ se iguala a cero: $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}=0$ el único valro posible de anular la primera derivada es: $x_0=0$ luego sacamos la segunda componente del Pto. Crítico: $f(0)=\sqrt{0^2+2}=\sqrt{2}$ finalmente el punto crítico para analizar será: $P=(0\,;\sqrt{2})$

Se clasifica por el criterio de la segunda derivada, para lo cual tendremos:

$$f''(x)=\frac{1.\sqrt{x^2+2}-x.\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}}{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2}$$

Operando se obtiene:

$$f''(x)=\frac{2}{\sqrt{\left(x^2+2\right)^3}} \quad entonces: \quad f''(0)=\frac{2}{\sqrt{\left(x^2+2\right)^3}}=\frac{2}{\sqrt{8}}>0$$

Se concluye entonces que en $P=\left(0\,;\sqrt{2}\right)$ existe un **MINIMO** Punto/s de inflexión

b) Puntos de Inflexión: Para determinarlos debemos igualar a cero la derivada segunda, tendremos entonces: $entonces: \dfrac{2}{\sqrt{\left(x^2+2\right)^3}}=0$ de donde surge que no hay ningún valor del dominio que anule esta derivada, razón por la cual no tiene punto de inflexión.-

c) Intervalo de Crecimiento y Decrecimiento:

- Se debe plantear para: CRECIMIENTO $f'(x)>0 \quad \rightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}>0$

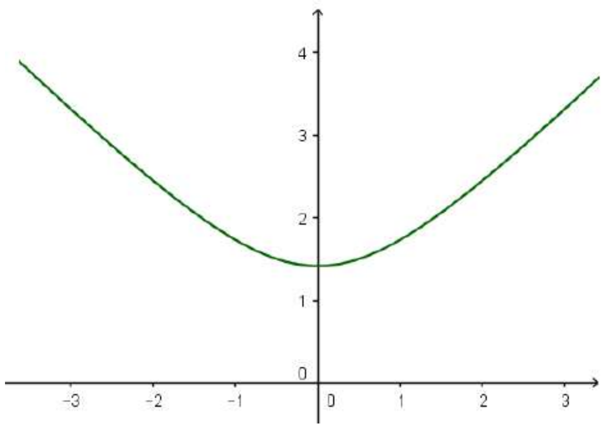
Como el denominador siempre será mayor que cero para cualquier valor del dominio, solo queda la la posibilidad de que el numerador sea MAYOR que cero

- Se debe plantear para: DECRECIMIENTO $f'(x)<0 \quad \rightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}<0$

Como el denominador siempre será mayor que cero para cualquier valor del dominio, solo queda la la posibilidad de que el numerador sea MENOR que cero

$$Finalmente:\begin{cases} CRECE: \quad (0\,;+\infty) \\ DECRECE: (-\infty\,;0) \end{cases}$$

d) Grafica de la función y los puntos determinados



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

TURNO Nº 2

a) $f(x)=\left(\sqrt[3]{3x-x^2}\right)e^{2x^3}$

Se debe derivar como producto

$$f'(x)=D\left(\sqrt[3]{3x-x^2}\right)\left(e^{2x^3}\right)+\left(\sqrt[3]{3x-x^2}\right)D\left(e^{2x^3}\right)$$

b)

$$f'(x)=\left(\frac{(3-2x)}{3.\sqrt[3]{\left(3x-x^2\right)^2}}\right)\left(e^{2x^3}\right)+\left(\sqrt[3]{3x-x^2}\right)\left(6x^2.e^{2x^3}\right)$$

b) $F(x,y):\sqrt[3]{xy^2}-\ln\left(y^2-3x^3\right)+ctg\left(3y^2x^3\right)+5$

Se debe derivar como función implícita:

$$y'=-\frac{\dfrac{y^2}{3\sqrt[3]{\left(xy^2\right)^2}}-\dfrac{\left(-9x^2\right)}{\left(y^2-3x^3\right)}-\left(6y^2x^2\right)\csc^2\left(3y^2x^3\right)}{\dfrac{2xy}{3\sqrt[3]{\left(xy^2\right)^2}}-\dfrac{2y}{\left(y^2-3x^3\right)}-\left(6yx^3\right)\csc^2\left(3y^2x^3\right)}$$

c) $y=\left(x^2-3x\right)^{sen\left(x^2-3\right)}$

Derivación logarítmica

$$\ln y=\ln\left(x^2-3x\right)^{sen\left(x^2-3\right)}\quad\rightarrow\quad \ln y=sen\left(x^2-3\right).\ln\left(x^2-3x\right)\quad\rightarrow$$

Se deriva

$$\frac{y'}{y}=Dsen\left(x^2-3\right).\ln\left(x^2-3x\right)+sen\left(x^2-3\right).D\ln\left(x^2-3x\right)\quad\rightarrow$$

$$\frac{y'}{y}=(2x)\cos\left(x^2-3\right).\ln\left(x^2-3x\right)+sen\left(x^2-3\right)\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}\quad\rightarrow$$

$$y'=y.\left[(2x)\cos\left(x^2-3\right).\ln\left(x^2-3x\right)+sen\left(x^2-3\right)\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}\right]\quad\rightarrow$$

$$y'=\left(x^2-3x\right)^{sen\left(x^2-3\right)}.\left[(2x)\cos\left(x^2-3\right).\ln\left(x^2-3x\right)+sen\left(x^2-3\right)\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}\right]$$

2- Dada: $f(x)=\sqrt{x+2}$

$$y_T=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)\qquad y_N=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)+f(x_0)$$

3-

$$f(x_0)=f(-1)=\sqrt{-1+2}=1\qquad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}\rightarrow f'(x)=f'(-1)=\frac{1}{2\sqrt{-1+2}}=\frac{1}{2}$$

4-

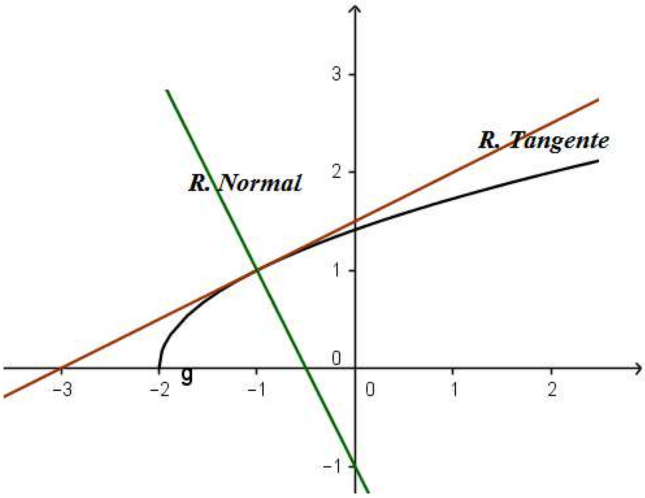
a) Determinar Ecuación de la recta Tangente en $x_0 = -1$

$$y_T = \frac{1}{2}(x+1)+1 \quad \rightarrow \quad y_T = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

b) Determinar Ecuación de la Normal en $x_0 = -1$

$$y_N = -\frac{1}{\frac{1}{2}}(x+1)+1 \quad \rightarrow \quad y_N = -2x-1$$

c) Gráfica de la función y las rectas determinadas



3- Dada: $f(x) = -\sqrt{x^2+1}$

Dominio: $Df = \{\forall x \in R\}$

a) Se deriva: $f'(x) = -\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$ se iguala a cero: $f'(x) = -\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} = 0$ el único valor posible de anular la primera derivada es: $x_0 = 0$ luego sacamos la segunda componente del Pto. Crítico: $f(0) = -\sqrt{0^2+1} = -1$ finalmente el punto crítico para analizar será: $P = (0\,;-1)$

Se clasifica por el criterio de la segunda derivada, para lo cual tendremos:

$$f''(x) = -\frac{1.\sqrt{x^2+1} - x.\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}$$

Operando se obtiene:

$$f''(x) = -\frac{2}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}} \qquad entonces: \quad f''(0) = -\frac{2}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}} = \frac{-2}{1} < 0$$

Se concluye entonces que en $P = (0\,;-1)$ existe un **MAXIMO** Punto/s de inflexión

e) Puntos de Inflexión: Para determinarlos debemos igualar a cero la derivada segunda, tendremos entonces: $entonces: -\dfrac{2}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}} = 0$ de donde surge que no hay ningún valor del dominio que anule esta derivada, razón por la cual no tiene punto de inflexión.-

f) Intervalo de Crecimiento y Decrecimiento:

- Se debe plantear para: CRECIMIENTO $f'(x) > 0 \quad \rightarrow -\frac{x}{\sqrt{x^2+2}} > 0 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} < 0$

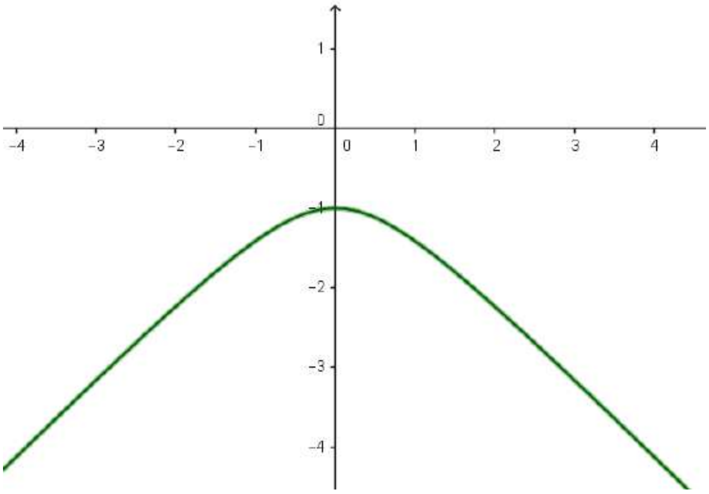
Como el denominador siempre será mayor que cero para cualquier valor del dominio, solo queda la posibilidad de que el numerador sea MENOR que cero

- Se debe plantear para: DECRECIMIENTO $f'(x) < 0 \quad \rightarrow -\frac{x}{\sqrt{x^2+2}} < 0 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} > 0$

Como el denominador siempre será mayor que cero para cualquier valor del dominio, solo queda la la posibilidad de que el numerador sea MAYOR que cero

$$Finalmente: \begin{cases} CRECE: & (-\infty\,;0) \\ DECRECE: & (0\,;+\infty) \end{cases}$$

g) Grafica de la función y los puntos determinados



NOTA: La evaluación se considerará como aprobada con la <u>correcta</u> resolución del 50% de los ejercicios planteados. Las evaluaciones domiciliarias deberán ser subidas al sistema dentro de los horarios previstos para cada turno. El alumno deberá consignar correctamente Nombre, DNI, Numero de UG- Se podrá trabajar directamente en este envío y luego publicar. No se aceptarán escaneos.- Los ejercicios deberán estar debidamente justificados.-

Prof. Ing. Eduardo Casado