FACULTAD DE INGENIERÍA - U.N.L.Z.

MATEMÁTICA I

TEMA 2	**2° PARCIAL** ***** **21/11/2017**	**APELLIDO**... **NOMBRE**... **COMISIÓN** .... **D.N.I**.....................**CALIFICACIÓN**...........................

EJERCICIO N°1: Utilizando propiedades de límites calcular las asíntotas de las siguientes funciones:

$f(x)=e^{\frac{-1}{2x-1}}$ $\qquad$ $b)\ g(x)=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{2x}$

EJERCICIO N°2: Dada $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(4x+1)+3x}{x} & si\ x\neq 0\\ a & si\ x=0\end{cases}$ a) Hallar el valor de "a" para que f sea continua en x=0. B) Estudiar la derivabilidad en x=0

EJERCICIO N°3: Dadas f(x) y g(x) dos funciones derivables tales que la recta tangente al gráfico de f(x) en x= - 1 tiene ecuación y= - 3x+2 y la recta tangente a la gráfica de g(x)en x= 2 tiene ecuación y=2x – 5, hallar, si es posible:

a) $(f\circ g)'(x)$ en x= 2

b) $\left[f^{-1}(x)\right]'$ en x=5

EJERCICIO N°4 : Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $\ln y - x.y = e^{2x}-1$ en el punto de absisa x=0

EJERCICIO N°5 : Verificar las hipótesis del teorema de Rolle medio para f(x) = sen 2x en el intervalo [0, π] y, en caso que se cumplan, encontrar el punto c cuya existencia asegura el teorema

Se adjuntan............... Hojas $\qquad$ Firma del alumno:..

Tema 2 — 2º Parcial — 21/11/17

1) Calcular asíntotas

a) $f(x) = e^{\frac{-1}{2x-1}}$ b) $g(x) = \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x}$

A. H.
$$\lim_{x\to+\infty} e^{\frac{-1}{2x-1}} = e^{0} = 1$$
$$\lim_{x\to-\infty} e^{\frac{-1}{2x-1}} = e^{0} = 1$$
A. H.: $\boxed{y=1}$

A.V.
$$\lim_{x\to\frac{1}{2}^-} e^{\frac{-1}{2x-1}} = e^{+\infty} = +\infty \Rightarrow \text{A V}: \boxed{x=\frac{1}{2}}$$
por izq.
$$\lim_{x\to\frac{1}{2}^+} e^{\frac{-1}{2x-1}} = e^{-\infty} = 0 \Rightarrow \text{no hay A V}$$

b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x} = \frac{1}{0} = \infty \Rightarrow \boxed{x=0}$ es A V.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2\cdot(4+\frac{1}{x^2})}}{2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\overset{|x|}{\sqrt{x^2}}\cdot\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x}\cdot\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2\cancel{x}} = \frac{2}{2} = 1$$ $y=1$ es A H para $x\to+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-\cancel{x}\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2\cancel{x}} = \frac{-2}{2} = -1$$ $y=-1$ es A H para $x\to-\infty$

2 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(4x+1)+3x}{x} & si\ x \neq 0 \\ a & si\ x = 0 \end{cases}$

a) Cont en $x=0$:

$\boxed{a=7}$

$f(0) = a$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(4x+1)+3x}{x} \underset{(L'H)}{\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1\cdot 4}{4x+1}+3}{1} = 7$$

b) Derivabilidad:

$$f'(0)^+ = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{\frac{\ln(4h+1)+3h}{h} - 7}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^+} \frac{\ln(4h+1)+3h-7h}{h^2} =$$

$$= \lim_{h\to 0^+} \frac{\ln(4h+1)-4h}{h^2} \quad \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$(L'H) \quad \lim_{h\to 0^+} \frac{\frac{4}{4h+1}-4}{2h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{\cancel{4}-16\cancel{h}-\cancel{4}}{\underset{\cancel{h}(8h+2)}{8h^2+2h}} = \frac{-16}{2}$$

$$= -8$$

$f'(0)^+ = f'(0)^-$

3) R_T a f en $x_0 = -1$ es $y = -3x + 2$

R_T a g en $x_0 = 2$ es $y = 2x - 5$

hallar: a) $(f \circ g)'(x)$ en $x = 2$

b) $\left[f^{-1}(x)\right]'$ en $x = 5$

Datos:

$f(-1) = 5$	$g(2) = -1$
$f'(-1) = -3$	$g'(2) = 2$

a) $\cancel{(f \circ g)(x) = f[g(x)]}$

$\cancel{(f \circ g)(2) = f[g(2)] = 5 \rightarrow P(2,5)}$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$(f \circ g)'(2) = f'(\underbrace{g(2)}_{-1}) \cdot g'(2) = -3 \cdot 2 = -6$$

b) $$\left[f^{-1}(x)\right]' \Rightarrow \left[f^{-1}(5)\right]' = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{-3}$$

4) Hallar la ec. de la R_T a la gráfica de: $\ln y - x\cdot y = e^{2x} - 1$ en $x_0 = 0$

$\ln y - 0 = 0 \Rightarrow y_0 = e^0 = 1$

$\boxed{\text{Pto de tg } (0;1)}$

Derivado: $\frac{1}{y}\cdot y' - (y + x\cdot y') = 2\cdot e^{2x}$

$\frac{1}{y}\cdot y' - y - x\cdot y' = 2\cdot e^{2x}$

$y'\cdot\left(\frac{1}{y} - x\right) = 2e^{2x} + y$

$y' = \dfrac{2e^{2x} + y}{\frac{1}{y} - x} \Rightarrow y'_{(0,1)} = \dfrac{2+1}{1-0}$

$\boxed{m = 3}$

R_T: $y = mx + b$

$1 = \cancel{0\cdot 3} + b$

$1 = b$

$\Rightarrow R_T$: $\boxed{y = 3x + 1}$

5 Verificar T de Rolle para $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$ en $[0;\pi]$ (encontrar c)

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ es cont en } [0;\pi] \\ f \text{ es deriv en } (0;\pi) \\ \left.\begin{array}{l} f(0) = \operatorname{sen} 0 = 0 \\ f(\pi) = \operatorname{sen} 2\pi = 0 \end{array}\right\} f(0) = f(\pi) \end{array}\right\} \text{Cumple los hipótesis}$$

$$f'(x) = 2\cos(2x)$$

$$\Rightarrow \cancel{2}\cos(2x) = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$0 < \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2} < \pi$$

$$-\frac{\cancel{\pi}^{1}}{4} < k \cdot \frac{\cancel{\pi}}{2} < \frac{3}{4}\cancel{\pi}$$

$$-\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2} \Rightarrow k = 0 \text{ y } 1$$

$-0{,}5$ $\qquad$ $1{,}5$

$$\boxed{\begin{array}{l} c_1 = \frac{\pi}{4} \\ c_2 = \frac{3}{4}\pi \end{array}}$$