Pregunta 1

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Un polinomio de grado mínimo con coeficientes reales que tiene a $1+\sqrt{3}i$ como raíz de multiplicidad 2, a $\sqrt{5}$ como raíz de multiplicidad 3 y tal que $P(1+3i)=0$ tiene grado

Seleccione una:

- 9
- 7 ✗
- 8
- 11

La respuesta correcta es: 9

---

(1) $P(x) \in \mathbb{R}[X]$ es polinomio de grado mínimo.

- $(1+\sqrt{3}\,i)$ con multiplicidad 2.
- $(\sqrt{5})$ con multiplicidad 3
- $P(1+3i)=0$.

¿Cuál es el grado de P?.

Grado $P = (2+2+1+1+3) = \boxed{9}$ ✓

Como $P(x) \in \mathbb{R}[X]$

$(1+\sqrt{3}i)$ es raíz $\Leftrightarrow (1-\sqrt{3}\,i)$ es raíz.

z es raíz $\Leftrightarrow \bar{z}$ es raíz.

$\therefore (1+\sqrt{3}i)^2$ es raíz $k=2$

$(1-\sqrt{3}i)^2$ es raíz $k=2$

$(1+3i)$ es raíz $k=1$

$(1-3i)$ es raíz $k=1$

$(\sqrt{5})^3$ es raíz $k=3$

Pregunta 2

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Si $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ es la transformación lineal tal que $\begin{aligned} T(1,1,1) &= (-2,5,1) \\ T(0,1,1) &= (1,2,3) \\ T(0,0,1) &= (-3,1,2) \end{aligned}$, entonces $T(2,1,-1)$ es igual a

Seleccione una:

- $(1,6,-5)$
- $(-1,6,-5)$ ✖
- $(-1,-6,5)$
- $(1,-6,5)$

La respuesta correcta es: $(1,6,-5)$

$$\textcircled{2}\ \left\{\begin{array}{l} T(1,1,1) = (-2,5,1) \\ T(0,1,1) = (1,2,3) \\ T(0,1,1) = (-3,1,2) \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\begin{array}{ccc|ccc|l} 1 & 1 & 1 & -2 & 5 & 1 & (F_1 - F_2)\ 1^{\circ} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & (F_2 - F_3)\ 2^{\circ} \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 2 & \\ \hline 1 & 0 & 0 & -3 & 3 & -2 & \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 1 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 2 & \\ \hline \end{array}$$

$$A_T = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_T \cdot X = ?$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-6+4+3) \\ (6+1-1) \\ (-4+1-2) \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A_T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}}$$

Pregunta 3
Incorrecta
Puntúa como 1
Marcar pregunta

Sean $P(x) = x^4 - 5x^2 - 36$ y $Q(x) = x^3 + (2-2i)x^2 - (6+4i)x + 12i$. Se sabe que P y Q tienen una raiz imaginaria pura en común. El polinomio $R(x)$, de grado mínimo, que tiene como raíces a todas las raíces reales de P y a todas las raíces reales de Q y tal que $R(0) = 216$ es

Seleccione una:

- $R(x) = 9x^4 - 18x^3 - 90x^2 + 72x + 216$ ✖
- $R(x) = 9x^4 + 18x^3 - 90x^2 - 72x + 216$
- $R(x) = 4x^4 + 8x^3 - 60x^2 - 72x + 216$
- $R(x) = 4x^4 - 8x^3 - 60x^2 + 72x + 216$

La respuesta correcta es: $R(x) = 4x^4 + 8x^3 - 60x^2 - 72x + 216$

---

③ $P(x) = x^4 - 5x^2 - 36$.

$Q(x) = x^3 + (2-2i)x^2 - (6+4i)x + 12i$

P y Q tienen una raíz imaginaria pura en común. Quiero R(x), de grado mínimo, con todas las raíces reales de P y Q / R(0) = 216.

$P(x) = x^4 - 5x^2 - 36$

si $u = x^2 \Rightarrow P(u) = u^2 - 5u - 36 = 0$

$\boxed{u_1 = 9}$ $\boxed{u_2 = -4}$

$u_1 = x^2$

$9 = x^2 \Rightarrow \boxed{x_1 = \pm 3}$

$u_2 = (x_2)^2$

$-4 = (x_2)^2 \Rightarrow \boxed{x_2 = \pm 2i}$

$P(3) = (3)^4 - 5 \cdot (3)^2 - 36 = 0$

$P(-3) = (-3)^4 - 5 \cdot (-3)^2 - 36 = 0$

$P(2i) = (2i)^4 - 5 \cdot (2i)^2 - 36 = 0$

$P(-2i) = (-2i)^4 - 5(2i)^2 - 36 = 0$

$\boxed{P(x) = (x-3) \cdot (x+3) \cdot (x-(2i)) \cdot (x+(2i))}$

$Q(2i) = (2i)^3 + (2-2i) \cdot (2i)^2 - (6+4i) \cdot (2i) + 12i =$

$\boxed{Q(2i) = 0}$ raíz imaginaria pura compartida.

$Q(x) = x^3 + (2-2i) \cdot x^2 - (6+4i)x + 12i$

	1	(2-2i)	-6-4i	12i
2i	↓	2i	4i	-12i
	1	2	-6	0

$Q(x) = (x-2i) \cdot (x^2 + 2x - 6)$.

$x^2 + 2x - 6 = 0$

$\boxed{x_1 = -1 + \sqrt{7}}$ $\boxed{x_2 = -1 - \sqrt{7}}$

Raíces reales de P: $\{3; -3\}$

Raíces reales de Q $= \{-1+\sqrt{7}; -1-\sqrt{7}\}$

$R(x) = a(x+3) \cdot (x-3) \cdot (x-(-1+\sqrt{7})) \cdot (x-(-1-\sqrt{7}))$

$R(0) = 216 \Leftrightarrow 216 = a \cdot (0+3) \cdot (0-3) \cdot (0-(-1+\sqrt{7})) \cdot (0-(-1-\sqrt{7}))$

$216 = a \cdot 54$

$\boxed{a = 4}$

$R(x) = 4 \cdot (x+3) \cdot (x-3) \cdot \underbrace{(x-(1+\sqrt{7})) \cdot (x-(1-\sqrt{7}))}_{(x^2+2x-6)}$

$R(x) = 4 \cdot (x^2 - \cancel{3x} + \cancel{3x} - 9) \cdot (x^2 + 2x - 6)$.

$R(x) = 4 \cdot (x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 9x^2 - 18x + 54)$

$\boxed{R(x) = 4x^4 + 8x^3 - 60x^2 - 72x + 216}$

Pregunta 4

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sean en $\mathbb{R}^3$ los planos $\Pi_1 : -x+3y-z=1, \Pi_2 : -3x+y-z=13$ y $\Pi_3 : 2x+3y-z=4$ y la recta $\mathbb{L}_1 : \lambda(0,1,2)+(-1,2,-1)$. Si el punto P es la intersección de Π_3 y $\mathbb{L}_1$ y la recta $\mathbb{L}_2$ es la intersección de Π_1 y Π_2, entonces el conjunto de todos los puntos de $\mathbb{L}_2$ que están a distancia 6 de P es

Seleccione una:

- $\{(-1,-5,1)\,;\,(-3,-3,-7)\}$ ✖
- $\{(1,5,-1)\,;\,(3,3,7)\}$
- $\{(5,1,-1)\,;\,(3,3,7)\}$
- $\{(-5,-1,1)\,;\,(-3,-3,-7)\}$

La respuesta correcta es: $\{(-5,-1,1)\,;\,(-3,-3,-7)\}$

Sean en $\mathbb{R}^3$:

Planos:

$\pi_1: -x+3y-z=1$

$\pi_2: -3x+y-z=13$

$\pi_3: 2x+3y-z=4$

Rectas

$\mathbb{L}_1: \lambda(0,1,2)+(-1,2,-1)$

$\mathbb{L}_2: \pi_1 \cap \pi_2$

Puntos

$P = \pi_3 \cap \mathbb{L}_1$

Quiero los $Q \in \mathbb{L}_2 \,/\, d(P,Q)=6$.

① $P, \pi_3 \cap \mathbb{L}_1$

$\mathbb{L}_1: \lambda(0,1,2)+(-1,2,-1)$

$\mathbb{L}_1: (\underset{x}{-1}; \underbrace{\lambda+2}_{y}; \underbrace{2\lambda-1}_{z})$

$\pi_3: 2x+3y-z=4$

$2(-1)+3(\lambda+2)-1(2\lambda-1)=4$

$-2+3\lambda+6-2\lambda+1=4$

$\lambda=4-1+2-6$

$\boxed{\lambda=-1}$

$\boxed{P=(-1;1;-3)}$

② Busco $\mathbb{L}_2 \,/\, \pi_1 \cap \pi_2$.

$\pi_1: -x+3y-z=1$ $\qquad$ $\pi_2: -3x+y-z=13$

$y=13+z+3x$

$-x+3(13+z+3x)-z=1$

$-x+39+3z+9x-z=1$

$8x+2z+39=1$

$2z=1-39-8x$

$z=\dfrac{-38-8x}{2}$

$\boxed{z=-19-4x}$

$y=13+3x+(-19-4x)$

$\boxed{y=-6-x}$

$(x,y,z)=(x;-x-6;-4x-19)$

$\vec{x}=x(1,-1,-4)+(0,-6,-19)$

$\boxed{\mathbb{L}_2: \beta(1,-1,-4)+(0,-6,-19)}$

$d(P, Q\in\mathbb{L}_2)=\|P-(Q\in\mathbb{L}_2)\|$

$6=\|(-1,1,-3)-(\beta;-\beta-6;-4\beta-19)\|$

$6=\|(-\beta-1;+\beta+7;4\beta+16)\|$

$6=\sqrt{(-\beta-1)^2+(\beta+7)^2+(4\beta+16)^2}$

$36=18\beta^2+144\beta+306$

$0=18\beta^2+144\beta+270$

$\boxed{\beta_1=-3}$ $\qquad$ $\boxed{\beta_2=-5}$

$(-\beta-1)^2=(-\beta-1)(-\beta-1)=(\beta^2+\beta+\beta+1)$

$(-\beta-1)^2=\beta^2+2\beta+1$

$(\beta+7)^2=\beta^2+14\beta+49$

$(4\beta+16)^2=16\beta^2+128\beta+256$

$18\beta^2+144\beta+306.$

Reemplazo con -3

$\mathbb{L}_2: -3(1,-1,-4)+(0,-6,-19)$

$Q_1=(-3,3,12)+(0,-6,-19)$

$Q_1=(-3;-3;-7)$

con $(-5) \to$ $Q_2=(1,-1,-4)(-5)+(0,-6,-19)$

$Q_2=(-5,5,20)+(0,-6,-19)$

$Q_2=(-5;-1;1)$

Pregunta 5

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

El valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ para el cual $z = \dfrac{3+2i}{1+i} + \alpha i$ es un número real es

Seleccione una:

- $\alpha = -\dfrac{1}{2}$
- $\alpha = \dfrac{5}{2}$ ✖
- $\alpha = \dfrac{1}{2}$
- $\alpha = -\dfrac{5}{2}$

La respuesta correcta es: $\alpha = \dfrac{1}{2}$

---

5) Valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ para el que $z = \dfrac{3+2i}{1+i} + \alpha i$ es un número real.

$$z = \underbrace{\frac{3+2i}{1+i}}_{A} + \alpha i$$

A) $$\frac{3+2i}{1+i} = \frac{3+2i}{(1+i)} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)} = \frac{(3.1)+(-3i)+(2i)+(2i.(-i))}{(1.1)\cancel{-i}\cancel{+i}-i^2} = \frac{3-i-2i^2}{1-(-1)} = \frac{3-i+2}{2}$$

$$= \frac{5-i}{2} = \boxed{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i}$$

$$z = \frac{3+2i}{1+i} + \alpha i = \overbrace{\frac{5}{2}}^{Re(z)} \underbrace{- \frac{1}{2}i + \alpha i}_{Im(z)}$$

$Re(z) = \frac{5}{2}$ $\qquad Im(z) = 0 = -\frac{1}{2}i + \alpha i \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{i}{i} = \frac{\alpha i}{i} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} = \alpha}$

Pregunta 6

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sea $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por $A_T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Si la imagen de T es $\langle (k^2, 6, -k); (6, -3, k^2) \rangle$ entonces el valor de k es

Seleccione una:

- -3 ✔
- 3
- 2
- -2

La respuesta correcta es: -3

(6) Sea $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la T.L. tal que $A_T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Si la imagen de T es $\langle (k^2; 6; -k); (6, -3, k^2) \rangle$ ¿cuánto vale k?

$$A_T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow Im(T) = \langle (1,-1,2); (2,3,-1); (3,2,1) \rangle$$

$Im(T)/$

$$\begin{array}{ccc|l} 1 & -1 & 2 & \\ 2 & 3 & -1 & f_2 - 2f_1 \\ 3 & 2 & 1 & f_3 - 3f_1 \\ \hline 1 & -1 & 2 & \\ 0 & 5 & -5 & f_2 \cdot \frac{1}{5} \\ \cancel{0} & \cancel{5} & \cancel{-5} & \\ \hline 1 & -1 & 2 & f_1 + f_2 \\ 0 & 1 & -1 & \\ \hline 1 & 0 & 1 & \\ 0 & 1 & -1 & \end{array}$$

$$\boxed{Im(T) = \langle (1,-1,2); (2,3,-1) \rangle}$$

$Im(T) = \langle (k^2, 6, -k); (6, -3, k^2) \rangle \Leftrightarrow Im(T) = \langle (1,-1,2); (2,3,-1) \rangle$

$$(k^2, 6, -k) = \alpha . (1,-1,2) + \beta . (2;3;-1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = k^2 \\ -\alpha + 3\beta = 6 \\ 2\alpha - \beta = -k \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc|l|l} 1 & 2 & k^2 & \\ -1 & 3 & 6 & f_2 + f_1 \\ 2 & -1 & -k & f_3 - 2f_1 \\ \hline 1 & 2 & k^2 & \\ 0 & 5 & 6+k^2 & \\ 0 & -5 & -k-2k^2 & f_3 + f_2 \\ \hline 1 & 2 & k^2 & \\ 0 & 5 & 6+k^2 & \\ 0 & 0 & -k^2-k+6 & \end{array}$$

$$-k^2 - k + 6 = 0$$

$$\boxed{k_1 = -3} \quad \boxed{k_2 = 2}$$

Ver con $k_1 = -3$

$(k^2, 6, -k) = \alpha.(1,-1,2) + \beta.(2,3,-1) = (9, 6, 3)$

$(6, -3, k^2) = \alpha.(1,-1,2) + \beta.(2,3,-1) = (6, -3, 9)$

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = \\ -\alpha + 3\beta = \\ 2\alpha - \beta = \end{cases} \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ \hline 9 & 6 \\ 6 & -3 \\ 3 & 9 \end{array} \Longrightarrow$$

$$\begin{array}{cc|c|c|l} 1 & 2 & 9 & 6 & \\ -1 & 3 & 6 & -3 & f_2 + f_1 \\ 2 & -1 & 3 & 9 & f_3 - 2f_1 \\ \hline 1 & 2 & 9 & 6 & \\ 0 & 5 & 15 & 3 & \\ 0 & -5 & -15 & -3 & f_3 + f_2 \\ \hline 1 & 2 & 9 & 6 & \\ 0 & 5 & 15 & 3 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

SCD para los 2 vectores.

Ver con $k = 2$.

$\left.\begin{array}{l} (4, 6, -2) \\ (6, -3, 4) \end{array}\right\} \alpha.(1,-1,2) + \beta.(2,3,-1)$

$$\begin{array}{l|c|c} & 1 & 2 \\ \hline \alpha + 2\beta = & 4 & 6 \\ -\alpha + 3\beta = & 6 & -3 \\ 2\alpha - \beta = & -2 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c|c|l} 1 & 2 & 4 & 6 & \\ -1 & 3 & 6 & -3 & f_2 + f_1 \\ 2 & -1 & -2 & 9 & f_3 - 2f_1 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 6 & \\ 0 & 5 & 10 & 3 & \\ 0 & -5 & -10 & -8 & f_3 + f_2 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 6 & \\ 0 & 5 & 10 & 3 & \\ 0 & 0 & 0 & -5 & \end{array}$$

SI para el segundo vector generador

$\boxed{\therefore \text{la solución es } k = -3}$

Pregunta 7

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sean $T_1\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por

$$T_1(\mathbf{x}) = (-x_1 - x_2 + x_3, x_1 + x_2 - 2x_3, -x_1 + 3x_3)$$

y $\mathbb{S} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \colon x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$. Si $T_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ es la transformación lineal que cumple que $T_2 \circ T_1(\mathbf{v}) = T_1(\mathbf{v})$ para todo $\mathbf{v} \in \mathbb{S}$ y $\langle(\mathbf{0}, \mathbf{-1}, \mathbf{1})\rangle = \mathbf{Nu}(T_2)$, entonces la matriz de T_2 es

Seleccione una:

- $A_{T_2} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$
- $A_{T_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ✔
- $A_{T_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
- $A_{T_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

La respuesta correcta es: $A_{T_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Pregunta 8

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sea $A = \begin{pmatrix}-1 & -1 & 1\\ 3 & 4 & -2\\ -1 & -2 & 2\end{pmatrix}$. El determinante de la matriz $\frac{1}{2}\cdot(A^8 + A^7)$ es igual a

Seleccione una:

- 24
- 96
- -24
- -96 ✔

La respuesta correcta es: -96

---

⑧ Sea $A = \begin{pmatrix}-1 & -1 & 1\\ 3 & 4 & -2\\ -1 & -2 & 2\end{pmatrix}$. El determinante de la matriz $\frac{1}{2}\cdot(A^8 + A^7)$ es:

$\det\left(\frac{1}{2}\cdot(A^8 + A^7)\right)$

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \det(A^8 + A^7)$

$\frac{1}{8}\cdot\det(A^8 + A^7\cdot I)$

$\frac{1}{8}\cdot\det(A^7\cdot(A+I))$

$\frac{1}{8}\cdot\det(A^7)\cdot\det(A+I)$

$\frac{1}{8}\cdot[\det(A)]^7\cdot\det(A+I)$

$\frac{1}{8}\cdot(-128)\cdot 6 = \boxed{-96}$

$\det(A) = \begin{vmatrix}-1 & -1 & 1\\ 3 & 4 & -2\\ -1 & -2 & 2\end{vmatrix} = -1\cdot\begin{vmatrix}4 & -2\\ -2 & 2\end{vmatrix} - (-1)\cdot\begin{vmatrix}3 & -2\\ -1 & 2\end{vmatrix} + 1\cdot\begin{vmatrix}3 & 4\\ -1 & -2\end{vmatrix}$

$= -1\cdot(8-(4)) + 1\cdot(6-(2)) + 1\cdot(-6-(-4))$

$= (-1)\cdot(4) + 1\cdot(4) + 1\cdot(-2)$

$= -4 + 4 - 2 = \boxed{-2}$

$\boxed{\det(A) = -2}$

AUX

$(A+I) = \begin{pmatrix}-1 & -1 & 1\\ 3 & 4 & -2\\ -1 & -2 & 2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

$(A+I) = \begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 3 & 5 & -2\\ -1 & -2 & 3\end{pmatrix}$

$\det(A+I) = \begin{vmatrix}0 & -1 & 1\\ 3 & 5 & -2\\ -1 & -2 & 3\end{vmatrix}$

$= \cancel{0\cdot\begin{vmatrix}5 & -2\\ -2 & 3\end{vmatrix}} - (-1)\cdot\begin{vmatrix}3 & -2\\ -1 & 3\end{vmatrix} + 1\cdot\begin{vmatrix}3 & 5\\ -1 & -2\end{vmatrix}$

$= 1\cdot(9-(2)) + 1\cdot(-6-(-5))$

$= 7 - 1 = \boxed{6}$

Pregunta 9

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los que las soluciones de la ecuación $x^2+2ax+ay^2-4ay+12=0$ forman una elipse son

Seleccione una:

- $a>2$
- $-6<a<2$ ✖
- $a>0$
- $a<-6$ ó $a>2$

La respuesta correcta es: $a>2$

---

9) Todos los valores de $a\in\mathbb{R}$ para los que la cónica $x^2+2ax+ay^2-4ay+12=0.$ forman una elipse son:

$$(x^2+2ax)+(ay^2-4ay)+12=0.$$

$$\left[\left(x+\frac{2a}{2}\right)^2-\left(\frac{2a}{2}\right)^2\right]+a.(y^2-4y)+12=0$$

$$\left[(x+a)^2-a^2\right]+a.\left[\left(y+\left(\frac{-4}{2}\right)\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2\right]+12=0$$

$$(x+a)^2-a^2+a.\left[(y-2)^2-4\right]+12=0$$

$$(x+a)^2-a^2+a(y-2)^2-4a+12=0.$$

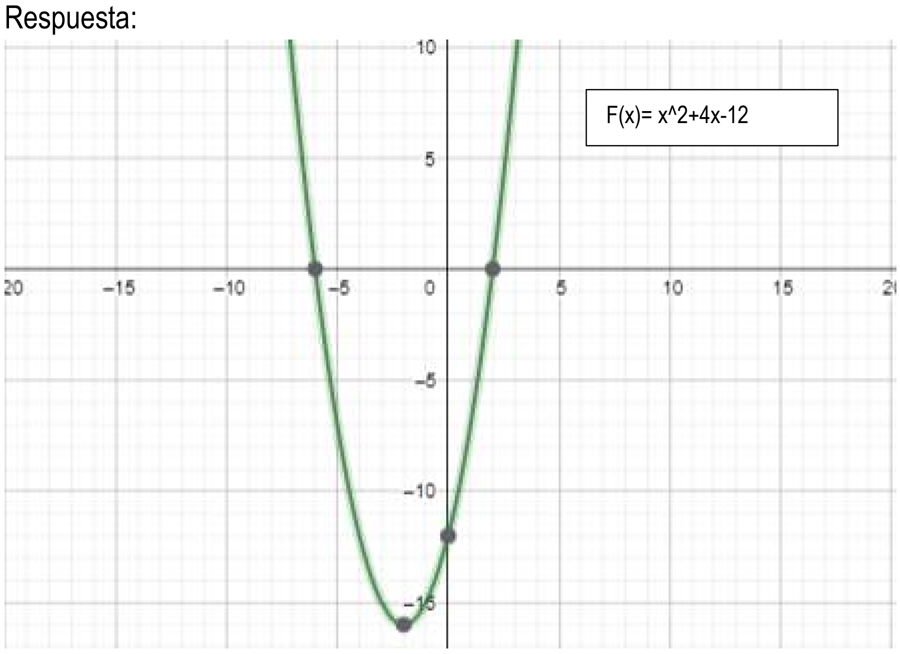
$$(x+a)^2+\underbrace{a}_{\boxed{a\neq 0}}(y-2)^2=\underbrace{a^2+4a-12}_{>0}$$

$$a^2+4a-12>0$$

$\boxed{A_1>2}$ $\boxed{A_1<(-6)}$

↳ única opción válida.

Respuesta:



La respuesta correcta es a>2, porque si bien todos los a < (-6) hacen que la ecuacion cuadratica quede positiva, le cambian el signo al termino de la izquierda que acompaña a Y, modificando la conica que deja de ser una elipse y pasa a ser una hipérbola.

Pregunta 10
Incorrecta
Puntúa como 1
Marcar pregunta

Sea $a > 0$. Si $x^2 - 16y = 0$ y $x^2 - a(y+1) = 0$ son dos parábolas que tienen el mismo foco, entonces a es igual a

Seleccione una:

- 4
- 16 ✗
- 5
- 20

La respuesta correcta es: 20

---

(10) sea $a>0$. Si $x^2 - 16y = 0$ y $x^2 - a(y+1) = 0$. son dos parabolas con el mismo foco, entonces $a = ?$

$$(x^2 - 4c\,y = 0) = x^2 - 16y \iff \cancel{-}16\cancel{y} = \cancel{-}4c\cancel{y}$$

$$\frac{16}{4} = \frac{4c}{4}$$

$$\boxed{4 = c}$$

Parabola 1

$x^2 - 16y = 0 \Rightarrow x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

$\boxed{\text{Foco} = (0,4)}$.

Vertice $= (0,0)$.

$F_1 = F_2 \iff (0,4) = (0, c-1) \iff 4 = c-1$

$\boxed{5 = c}$

Parabola 2

$x^2 - a(y+1) = 0$.

$x_0 = 0 \quad y_0 = (-1)$

Vertice $= (x_0, y_0)$

$$\begin{cases} Ec_1: & x^2 - a(y+1) = 0. \\ Ec_2: & (x - x_0)^2 - 4c(y - y_0) = 0. \end{cases}$$

$V = (0,-1)$

$$Ec_1 = Ec_2 \iff \cancel{-}a\,\cancel{(y+1)} = \cancel{-}4.(5)\,\cancel{(y+1)}$$

$$\boxed{a = 20}$$

Foco $= (0,c) + (x_0, y_0)$

$(0,c) + (0,-1)$.

$\boxed{\text{Foco} = (0, c-1)}$

Pregunta 11
Correcta
Puntúa como 1
Marcar pregunta

La transformación lineal $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^4$ dada por

$$T(x,y,z)=(x+2y-3z,x+hy-2z,-x-2y+(h+2)z,-x+(h-4)y+(h+3)z)$$

es un monomorfismo si

Seleccione una:

- $h\notin\{-1;-2\}$.
- $h\notin\{1;2\}$. ✔
- $h\notin\{-3;-2;0;4\}$.
- h toma cualquier valor.

La respuesta correcta es: $h\notin\{1;2\}$.

Pregunta 12

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sean $\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 - x_2 = 0\}$ y $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal que resulta de aplicar un deslizamiento cortante en la dirección y seguido de la simetría respecto del eje x. Si $T(3,1) = (3,-7)$, entonces los vectores $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ tales que $T(x_1, x_2) \in \mathbb{S}$ satisfacen

Seleccione una:

- $x_1 + 3x_2 = 0$
- $3x_1 + x_2 = 0$ ✔
- $x_1 - x_2 = 0$
- $x_1 + x_2 = 0$

La respuesta correcta es: $3x_1 + x_2 = 0$

12) $\mathbb{S} = \{x_1 - x_2 = 0\}$.

T es la TL / $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$T = (S_{\text{respecto a } X}) \circ (DC_{\text{en } Y})$

$T(3,1) = (3,-7)$

① Hallar la simetría respecto a X.

② Hallar el deslizamiento cortante en Y.

③ Hallar la transformación compuesta.

① S en X: $\boxed{A_{T_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}$

② DC en Y: $\boxed{A_{T_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}}$

③ Primero aplico DC en Y

Después la simetría en X.

$A_{T_1} \cdot (A_{T_2} \cdot (x)) = (A_{T_1} \cdot A_{T_2})(x)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+0) & (0+0) \\ (0-k) & (0-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k & -1 \end{pmatrix}$$

$$(A_{T_1} \cdot A_{T_2}) \cdot (x) = \boxed{A_{T_3}(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k & -1 \end{pmatrix}}$$

④ Sacar los generadores del subespacio

$\mathbb{S} / x_1 - x_2 = 0 \iff \boxed{x_1 = x_2}$ $\quad (x,y) = (x_1, x_1)$

$\boxed{= \alpha \cdot (1,1)}$

$\boxed{\mathbb{S} = \langle (1,1) \rangle}$

$$A_{T_3} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1\alpha+0) \\ (-2\alpha-\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ -3\alpha \end{pmatrix}$$

$T(\langle (1,1) \rangle) = \langle (1,-3) \rangle$

$\langle (1,-3) \rangle = \alpha \cdot (1,-3) = (x,y)$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} 1 & x \\ -3 & y \quad F_2 + 3F_1 \\ \hline 1 & x \\ 0 & y+3x \end{array}$$

$\langle (1,-3) \rangle = \boxed{\{x \in \mathbb{R}^2 / 3x + y = 0\}}$

$T(3,1) = (3,-7)$

$$A_{T_3} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (3+0) \\ (-3k-1) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} 3 \\ -3k-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$\boxed{-3k - 1 = -7}$

$-3k = -7 + 1$

$k = \frac{-6}{-3}$

$\boxed{k = 2}$

$$\boxed{\therefore A_{T_3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}}$$

$$A_{T_3} \cdot (x) = A_{T_3} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$\boxed{T(x,y) = (x\,;\,-2x-y)}$

Pregunta 13

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sean

$$S_1 : \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + kx_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

y

$$S_2 : \begin{cases} 5x_1 + (k+3)x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + (k+1)x_2 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Si el único $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$ que es solución de S_1 y S_2 simultáneamente es $\mathbf{x} = 0$, entonces los posibles valores de $k \in \mathbb{R}$ son

Seleccione una:

- $k \neq -1$
- $k \neq 2$ ✔
- $k \neq -2$
- $k \neq -3$

La respuesta correcta es: $k \neq 2$

---

(13) $S_1: \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + kx_2 + x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

FINAL

$S_2: \begin{cases} 5x_1 + (k+3)x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + (k+1)x_2 + 0x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & k & 1 & 2 & 0 \\ 5 & (k+3) & 1 & 3 & 0 \\ 3 & (k+1) & 0 & 4 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ F_3 - F_2 \\ F_4 - F_2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & k & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ F_3 - 3F_1 \to 2^{\circ} \text{ esto.} \\ 3F_4 - F_3 \to 1^{\circ} \text{ esto} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & k & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & 5 \end{array}\right) \begin{array}{l} 3F_1 + F_3 \\ \\ \\ F_4 + F_3 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 3 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & k & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ 3F_2 - 2F_1 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 3 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3k-6 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ F_2 - F_3 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 3 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3k-6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 3 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & (3k-6) & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ F_2 - 2F_4 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (3k-6) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \text{SI} \iff 3k-6 \neq 0. \\ \\ \\ \end{array}$$

$3k-6 \neq 0$

$3k \neq 6$

$k \neq 6/3$

$\boxed{k \neq 2}$

Pregunta 14

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Los valores de α y β para los cuales la cónica $\alpha x^2 + 2\alpha x + 2y^2 - 3 = \beta$ es una circunferencia de radio $\sqrt{5}$ son

Seleccione una:

- $\alpha = \frac{1}{2}$ y $\beta = 7$
- $\alpha = 2$ y $\beta = 5$ ✔
- $\alpha = 2$ y $\beta = 7$
- $\alpha = \frac{1}{2}$ y $\beta = \frac{13}{2}$

La respuesta correcta es: $\alpha = 2$ y $\beta = 5$

Pregunta 15

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Si $\mathbf{v_1} = (1,1,0)$, $\mathbf{v_2} = (-1,1,0)$ y $\mathbf{v_3} = (-1,-1,-\sqrt{2})$, el ángulo que forman $\mathbf{v_1} \times \mathbf{v_2}$ con $\mathbf{v_2} \times \mathbf{v_3}$ es

Seleccione una:

- $\frac{3}{4}\pi$
- $\frac{\pi}{4}$ ✔
- $\frac{\pi}{6}$
- $\frac{5}{6}\pi$

La respuesta correcta es: $\frac{\pi}{4}$

(15)

$V_1 = (1,1,0)$

$V_2 = (-1,1,0)$

$V_3 = (-1,-1,-\sqrt{2})$

$\boxed{V_1 \times V_2 = \lambda_1}$

$\boxed{V_2 \times V_3 = \lambda_2}$

angulo entre λ_1 y λ_2.

Producto Vectorial $(V_1 \times V_2)$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= i.(0-0) - j.(0-0) + k.(1-(-1))$$

$$= 0i + 0j + 2k$$

$$\boxed{V_1 \times V_2 = (0,0,2)}$$

Producto Vectorial $(V_2 \times V_3)$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -\sqrt{2} \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= i.(-\sqrt{2}) - j(\sqrt{2}) + k.(1-(-1))$$

$$= -\sqrt{2}i - \sqrt{2}j + 2k$$

$$\boxed{V_2 \times V_3 = (-\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 2)}$$

$v = V_1 \times V_2$

$w = V_2 \times V_3$.

$$\cos\theta = \frac{v \cdot w}{\|v\| \cdot \|w\|}$$

$$(0,0,2) \cdot (-\sqrt{2}, -\sqrt{2}; 2) = 4$$

$$\|v\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 2^2}$$

$$\boxed{\|v\| = 2}$$

$$\|w\| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})^2 + 2^2}$$

$$\|w\| = \sqrt{2+2+4}$$

$$\boxed{\|w\| = 2\sqrt{2}}$$

$$\cos(\theta) = \frac{\cancel{4}}{\cancel{2} \cdot 2\sqrt{2}}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\boxed{\theta = \left(\frac{\pi}{4}\right)}$$ ✓

Pregunta **16**

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Si $(2, 0, -3)$ es una de las infinitas soluciones del sistema

$$\mathcal{S}: \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + ax_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \end{cases},$$

entonces

Seleccione una:

- $a \neq -2$ y $a \neq -1$ ✖
- $a = -1$ ó $a = -2$
- $a = -2$
- $a = -1$

La respuesta correcta es: $a = -1$

(16) $(2,0,-3)$ es una de las soluciones para el sistema (que es SCI).

$$S: \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + ax_2 + x_3 = 3 \\ -1x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \end{cases} \Rightarrow A_T = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & a & 1 & 3 \\ -1 & 1 & a & a^2 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ (f_2 - 3f_1) \\ (f_3 + f_1) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & (a-3) & 4 & -12 \\ 0 & 2 & (a-1) & (a^2+5) \end{array}\right) \quad (A_T)'$$

Si $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ es solución, implica que

$$(A_T)' \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -12 \\ a^2+5 \end{pmatrix}$$

$$(A_T)' \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & (a-3) & 4 \\ 0 & 2 & (a-1) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2+0+3) \\ (0+0-12) \\ (0+0+(-3a+3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -12 \\ -3a+3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ es solución } \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ -12 \\ a^2+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -12 \\ -3a+3 \end{pmatrix} \Rightarrow a^2+5 = -3a+3$$

$$\boxed{a^2 + 3a + 2 = 0}$$

$$\boxed{a_1 = -1} \quad \boxed{a_2 = -2}$$

Ver que pasa con a_1 y a_2.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & (a-3) & 4 & -12 \\ 0 & 2 & (a-1) & a^2+5 \end{array}\right] \Longrightarrow$$

Con $a_1 = -1$.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & (-1-3) & 4 & -12 \\ 0 & 2 & (-1-1) & (-1)^2+5 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & -4 & 4 & -12 \\ 0 & 2 & -2 & 6 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ 2f_3 + f_2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & -4 & 4 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$Rg(A) = 2 = Rg(A|b) < n$

∴ con $a_1 = -1$ tengo un SCI.

Con $a_2 = -2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & (-2-3) & 4 & -12 \\ 0 & 2 & (-2-1) & ((-2)^2+5) \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & -5 & 4 & -12 \\ 0 & 2 & -3 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ 5f_3 + 2f_2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & -5 & 4 & -12 \\ 0 & 0 & -7 & 21 \end{array}\right)$$

$Rg(A) = 3 = Rg(A|b) = n$

∴ con $a_2 = -2$ tengo un SCD.

Solución $\boxed{a_1 = -1}$.

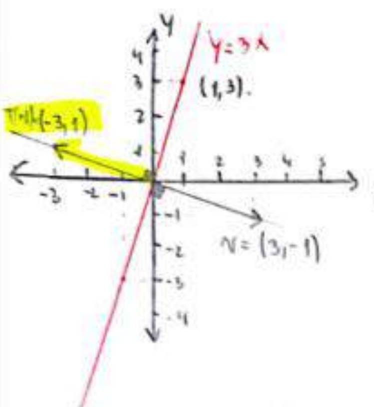
Pregunta 17
Incorrecta
Puntúa como 1
Marcar pregunta

Sea $S:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la simetría respecto de la recta $y = 3x$. Entonces $S^{-1}(2,-14)$ es igual a

Seleccione una:
- $(10, 10)$
- $(-10, 10)$ ✖
- $(10, -10)$
- $(-10, -10)$

La respuesta correcta es: $(-10, -10)$

(17) Sea $S: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la simetría respecto de la recta $y = 3x$. Entonces $S^{-1}(2,-14)$:



$$\begin{cases} T(1,3) = (1,3) \\ T(v) = (-v) \\ \boxed{T(3,-1) = (-3,1)} \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -3 & 1 \end{array}\right) f_2 - 3f_1$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -10 & -6 & -8 \end{array}\right) f_2 \cdot \left(-\tfrac{1}{10}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3/5 & 4/5 \end{array}\right) f_1 - 3f_2$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -4/5 & 3/5 \\ 0 & 1 & 3/5 & 4/5 \end{array}\right)$$

$$I \quad | \quad (A_T)^t$$

$$A_T = \begin{cases} T(1,0) = (-4/5\,;\,3/5) \\ T(0,1) = (3/5\,;\,4/5) \end{cases}$$

$$\boxed{A_T = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}}$$

$(A_T)^{-1} \Rightarrow$ la misma matriz

$$(A_T)^{-1} = (A_T)$$

$$(A_T)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4/5 & 3/5 \\ 3/5 & 4/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \left(-\frac{4}{5} \cdot 2 + \frac{3}{5} \cdot -14\right) \\ \left(\frac{3}{5} \cdot 2 + \frac{4}{5} \cdot -14\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-8/5) - 42/5 \\ (6/5 - \frac{56}{5}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{(A_T)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \end{pmatrix}}$$

Preimagen del vector $(2,-14)$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & 2 \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & -14 \end{array}\right) \begin{array}{l} f_1 \cdot (5) \\ f_2 \cdot (5) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -4 & 3 & 10 \\ 3 & 4 & -70 \end{array}\right) 4f_2 + 3f_1$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -4 & 3 & 10 \\ 0 & 25 & -250 \end{array}\right) f_2 \cdot \left(\tfrac{1}{25}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -4 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & -10 \end{array}\right) f_1 - 3f_2$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -4 & 0 & 40 \\ 0 & 1 & -10 \end{array}\right) f_1 \cdot \left(-\tfrac{1}{4}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & -10 \end{array}\right) \begin{array}{l} \to \boxed{x = -10} \\ \to \boxed{y = -10} \end{array}$$

observación: haciendo la inversa tambien me daba, en este caso, el mismo resultado.

Pregunta 18

Correcta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Si $z = -7 - 7i$ y $w = -7i^{54}\bar{z}^{4}$, entonces el argumento de w es

Seleccione una:

- 0
- π ✔
- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{3}{2}\pi$

La respuesta correcta es: π

Ejercicio 18

Si $z = -7-7i$ ¿el argumento de w?

$W = -7i^{54}.(\bar{z})^4$

$\bar{z} = -7-7i$. $|z| = \sqrt{(-7)^2+(-7)^2}$ $\quad arg(z) = tg^{-1}\left(\frac{-7}{-7}\right) =$

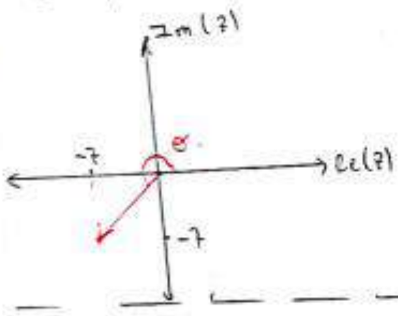
$|z| = \sqrt{49+49}$

$\boxed{|z| = 7\sqrt{2}}$ $\quad arg(z) = \frac{\pi}{4} + \pi$

$a = -7$

$b = -7$

$\boxed{arg(z) = \frac{5\pi}{4}}$



~~$z = \bar{z}$~~

$\boxed{z = 7\sqrt{2}.\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i\,sen\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)}$

$\bar{z} = |z|.\left(\cos(-\alpha) + i\,sen(-\alpha)\right)$

$\boxed{\bar{z} = 7\sqrt{2}.\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) + i\,sen\left(-\frac{5\pi}{4}\right)\right)}$

$(\bar{z})^4 = (7\sqrt{2})^4.\left(\cos\left(4.-\frac{5\pi}{4}\right) + i\,sen\left(4.-\frac{5\pi}{4}\right)\right)$

$\boxed{(\bar{z})^4 = (7\sqrt{2})^4.\left(\cos(-5\pi) + i\,sen(-5\pi)\right)}$

$W = B.(\bar{z})^4$

$W = |B|.\left(\cos(0) + i\,sen(0)\right).(7\sqrt{2})^4.\left(\cos(-5\pi) + i\,sen(-5\pi)\right)$

$W = |7|.(7\sqrt{2})^4.\left(\cos(0+(-5\pi)) + i\,sen(0+(-5\pi))\right)$

$\boxed{W = 7(7\sqrt{2})^4.\left(\cos(-5\pi) + i\,sen(-5\pi)\right)}$

$0 \leq arg(w) \leq 2\pi \Rightarrow 2.k.\pi - 5\pi$

$6\pi - 5\pi = \pi$.

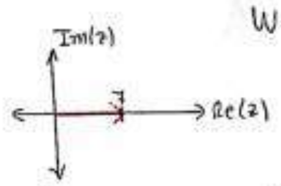
$\boxed{\therefore arg(w) = \pi}$

$W = \underbrace{-7i^{54}}_{B}.(\bar{z})^4$

$B = -7i^{54}$. $\quad 54 \,|\, 4$; 14; 13; $\boxed{2}$

$B = -7i^2 \leftarrow \boxed{2}$

$\boxed{B = 7}$



$arg(B) = 0$

$\boxed{|B| = 7}$

$B = |B|.\left(\cos(0) + i\,sen(0)\right)$

Pregunta 19

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Si $Q = (5, -4, 1)$ es el simétrico de $P = (-3, 4, -3)$ respecto del plano Π, entonces la proyección del vector $(0, 0, 3)$ sobre Π es

Seleccione una:

- $(0, \frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ ✗
- $(\frac{4}{9}, -\frac{4}{9}, \frac{25}{9})$
- $(-\frac{4}{9}, \frac{4}{9}, \frac{25}{9})$
- $(0, \frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

La respuesta correcta es: $(-\frac{4}{9}, \frac{4}{9}, \frac{25}{9})$

---

(19) $Q = (5, -4, 1)$. Q es el simétrico de P respecto al plano π.

$P = (-3, 4, -3)$. ¿Cuál es la proyección del vector $(0,0,3)$ sobre π?

$$Proy_\pi(Q) = \frac{Q+P}{2}$$

En realidad es $\frac{\vec{OQ}+\vec{OP}}{2}$ NOTA.

$$= [(5,-4,1) + (-3,4,-3)] \cdot \frac{1}{2}$$

$$Proy_\pi(Q) = [(2,0,-2)] \cdot \frac{1}{2}$$ 1º Punto del plano.

$$\boxed{Proy_\pi(Q) = (1,0,-1)}$$

$$\pi: (\vec{x} - \vec{P}) \cdot \vec{n} = 0$$

$$\pi: [(x,y,z) - (1,0,-1)] \cdot (8,-8,4) = 0$$

$$(x-1; y; z+1) \cdot (8,-8,4) = 0$$

$$(x-1) \cdot 8 + (-8y) + (z+1) \cdot 4 = 0$$

$$8x - 8 - 8y + 4z + 4 = 0$$

$$8x - 8y + 4z + 4 - 8 = 0$$

$$\boxed{8x - 8y + 4z = 4}$$ 2º Ecuación del plano

$$n_\pi = Q - P$$

$$n_\pi = (5,-4,1) - (-3,4,-3)$$

$$\boxed{n_\pi = (8,-8;4)}$$

$$Proy_\pi(0,0,3) = \frac{d - [(0,0,3)\cdot(8,-8,4)]}{8^2 + (-8)^2 + 4^2} \cdot n + (0,0,3)$$

$$Proy_\pi(0,0,3) = \frac{4 - [(12)]}{64+64+16} \cdot (8,-8,4) + (0,0,3)$$

$$Proy_\pi(0,0,3) = \frac{-8}{144} \cdot (8,-8,4) + (0,0,3)$$

$$= -\frac{1}{18} \cdot (8,-8,4) + (0,0,3)$$

$$= \left(-\frac{4}{9}; \frac{4}{9}; -\frac{2}{9}\right) + (0,0,3)$$

$$\boxed{Proy_\pi(0,0,3) = \left(\frac{-4}{9}; \frac{4}{9}; \frac{25}{9}\right)}$$

Proyección del punto dado (0,0,3) sobre el plano.

Pregunta 20

Incorrecta

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Si al vector $(1, -1)$ se le aplica la rotación de ángulo $\frac{\pi}{2}$ en sentido contrario a las agujas del reloj y luego un deslizamiento cortante en la dirección x de factor k, se obtiene el vector $(6, \alpha)$, entonces los valores de α y de k son

Seleccione una:

- $\alpha = 1$ y $k = 5$
- $\alpha = -1$ y $k = -7$ ✖
- $\alpha = -1$ y $k = -5$
- $\alpha = 1$ y $k = 7$

La respuesta correcta es: $\alpha = 1$ y $k = 5$

(20) $\vec{v} = (1, -1)$.

1° $R = (\pi/2)$ ↺

2° D: en x de k.

Obtengo a $(6, \alpha)$.

¿Cuáles son los valores de α y de k?

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\operatorname{sen}(\theta) \\ \operatorname{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

$\cos(\theta) = \cos(\pi/2) = 0$

$\operatorname{sen}(\theta) = \operatorname{sen}(\pi/2) = 1$.

$$\boxed{R = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{D = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

$D(R(x)) = D.R(x)$

$$\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (k+0) & (-1+0k) \\ (0+1) & (0+0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D \circ R(x) = \begin{pmatrix} k & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot (x).$$

Condiciones del ejercicio.

$A_T \cdot (x) = (x')$

$$\boxed{\begin{pmatrix} k & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ \alpha \end{pmatrix}}$$

→ esto solo se cumple si lo de abajo se cumple

$$\begin{pmatrix} k & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (k+1) \\ (1+0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$(6, \alpha) = (k+1 ; 1)$

Para x:

$6 = k+1$

$6 - 1 = k$

$\boxed{5 = k}$

Para y:

$\boxed{\alpha = 1}$