6

I ANÁLISIS (ING. Y EX.) (66) 2^{do} PARCIAL 2^{do} CUATRIMESTRE DE 2019 **Tema 1**

APELLIDO [redacted] NOMBRES [redacted] DNI [redacted]

NOTA del 1^{er} parcial: 9

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

PROMOCIONA	RECUPERA: 22 de nov 10hs
B (6 ds)	1^{ro} | 2^{do}
INSUFICIENTE	FINAL: 29 de nov 10hs ó 06 de dic 10hs

Duración: 2:30 hs

1	2	3	4	NOTA
B	B	R	R	7 (siete)

RN

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = 10\cos(2x) + 3\ln(1 + ax^2)$ tenga como polinomio de Taylor de orden 2 en $x_0 = 0$ a $p(x) = 10 - 8x^2$.

2.- Hallar f derivable que satisfaga $f'(x) = 4x\ \ln(3x)(f(x))^{2/3}$ y $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 27$.

3.- Hallar el área de la región encerrada entre el gráfico de $f(x) = \dfrac{x-4}{x-5}$ y las rectas $y = 2$ y $x = 8$.

4.- Hallar todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 3n}{x^n}$ es convergente.

1-

$P(x) = 10 - 8x^2$ $\qquad x_0 = 0$

$F(x) = 10\cos(2x) + 3\ln(1+Ax^2)$ $\qquad F(0) = 10$ $\qquad F_N(0) = F(0) + \frac{F'(0)}{1!}(x-x_0)^1 +$

$F'(x) = 10 \cdot (-\operatorname{sen}(2x)) \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{1+Ax^2} \cdot 2Ax$ $\qquad \frac{F''(0)}{2!}(x-x_0)^2 = -8$

$F'(x) = 10 \cdot (-\operatorname{sen}(2x)) \cdot 2 + \frac{6Ax}{1+Ax^2}$ $\qquad F'(0) = 0$ $\qquad \frac{F''(0)\,x^2}{2!} = -8$

$F''(x) = 10 \cdot (-\cos(2x)) \cdot 2 \cdot 2 + \frac{6A + 6Ax^2 - (6Ax)(2Ax)}{(1+Ax^2)^2}$

$F''(0) = 10 \cdot (-1) \cdot 4 + 6A$ $\qquad \left(\frac{6Ax}{1+Ax^2}\right)' = \frac{6A \cdot (1+Ax^2) - (6Ax)(2Ax)}{(1+Ax^2)^2}$

$F''(0) = -40 + 6A = -16$

$= \frac{6A + 6Ax^2 - (6Ax)(2Ax)}{(1+Ax^2)^2}$

$\frac{F''(0)}{2} = -8$

$\frac{-40+6A}{2} = -8$

$-40 + 6A = -16$

$6A = -16 + 40$

$\boxed{A = 4}$

$F(x) = 10 + \frac{0}{1!}(x-x_0) + \frac{(-16)}{2!}(x-x_0)^2$

$\boxed{F(x) = 10 - 8x^2}$

~~$F'(x) = 4x \ln(x) \cdot (3x) \cdot F(x)^{2/3}$~~

$F\left(\frac{1}{3}\right) = 27$

(2) $F'(x) = 4x \cdot \ln(3x) \cdot (F(x))^{2/3}$

$$\frac{F'(x)}{F(x)^{2/3}} = 4x \cdot \ln(3x)$$

$$\underbrace{\int \frac{F'(x)}{F(x)^{2/3}}\,dx}_{(1)} = \underbrace{\int 4x \cdot \ln(3x)\,dx}_{(2)}$$

(1) SUSTITUCIÓN

$U = F(x)$
$dU = F'(x)\,dx$

$$\int \frac{F'(x)\,dx}{F(x)^{2/3}} = \int \frac{1}{U^{2/3}}\,dU = \int U^{-2/3}\,dU = 3 \cdot U^{1/3} + K = 3(F(x))^{1/3} + K = 3\sqrt[3]{F(x)} + K$$

(2) PARTES 1 LATE

$$\int 4x \cdot \ln(3x)\,dx = U \cdot V - \int V\,dU$$

$U = \ln(3x)$
$dU = \frac{1}{\cancel{3}x} \cdot \cancel{3}\,dx$
$dU = \frac{1}{x}\,dx$

$dV = 4x$
$V = \frac{\cancel{4}x^2}{\cancel{2}}$
$V = 2x^2$

$= \ln(3x) \cdot 2x^2 - \int 2x^2 \frac{1}{x}\,dx$
$= \ln(3x) \cdot 2x^2 - 2\int x^{\cancel{2}} \frac{1}{\cancel{x}}\,dx$
$= \ln(3x) \cdot 2x^2 - 2\int x\,dx$
$= \ln(3x) \cdot 2x^2 - \cancel{2}\frac{x^2}{\cancel{2}} + K$
$= \ln(3x) \cdot 2x^2 - x^2 + K$
~~$= x^2(\ln(3x) \cdot 2 - 1) + K$~~

Y REEMPLAZO $K = \frac{82}{9}$

(3) JUNTO (1) Y (2)

~~$3F(x)^{1/3} = x^2(\ln(3x) \cdot 2 - 1) + K$~~

$3 \cdot F(x)^{1/3} = \ln(3x) \cdot 2x^2 - x^2 + K$
$3 \cdot F\left(\frac{1}{3}\right)^{1/3} = \ln\left(3 \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 + K$
$3 \cdot 27^{1/3} = \ln(1) \cdot \frac{2}{9} - \frac{1}{9} + K$
$9 = -\frac{1}{9} + K$
$9 + \frac{1}{9} = K$
$\boxed{\frac{82}{9} = K}$

COMPROBÉ QUE "K" SEA $\frac{82}{9}$ EN LA FUNCIÓN IGUALANDO A $F\left(\frac{1}{3}\right)$

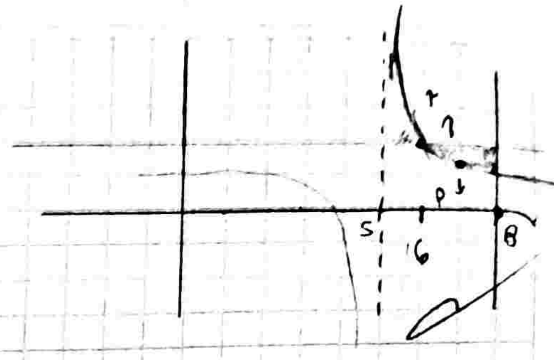
$$F\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{\ln\left(3\,\frac{1}{3}\right) \cdot 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{82}{9}}{3}\right)^3$$

$\boxed{F\left(\frac{1}{3}\right) = 27}$ → ~~COMPROBAMOS QUE ES~~

$$\boxed{F(x) = \left(\frac{\ln(3x) \cdot 2x^2 - x^2 + \frac{82}{9}}{3}\right)^3}$$

Dom $\mathbb{R} - \{5\}$

3. $F(x) = \frac{x-4}{x-5}$ $\quad y = 2 \quad x = 8$



$F(x) = \frac{x-4}{x-5}$

x	y
6	2
7	3/2
8	4/3

	(5;8)
F	

F(6)

HAY 1 INTERVALOS, UNO (6;8) CON UN GRAFICO APROX Y EL TEOREMA DE BOLZANO PUEDO SABER PISO Y TECHO

	(5;6)	(6;8)
F(x)	X	X

$F(6,9) = 1,52$
$F(6,1) = 1,9$

$\frac{1+x-4-1}{x-5} = \frac{1}{x-5} + 1$

$\int_6^8 2 - F(x)\,dx$ → ~~SUSTITUCION~~

$\int_6^8 2 - \left(\frac{x-4}{x-5}\right) dx = 0,90$ → FRACCIONES SIMPLES

SUMO 1 Y RESTO 1 PARA HACER MAS SENCILLA LA INTEGRAL

$\int_6^8 2\,dx - \int \left(1 + \frac{x-4}{x-5} - 1\right) dx$

$\int_6^8 2\,dx - \int_6^8 \left(\frac{-1}{x-5}\right) dx$

$2x - x + 1 \ln(x-5) \Big|_6^8 =$

~~EL RESULTADO ES 0,90 APROX PERO NO ENCONTRE EL ERROR~~

$x - (\ln x - 5) \Big|_6^8$

$8 - \ln(8-5) = 6,90$

$6 - \ln(6-5) = 6$

$6,90 - 6 = \boxed{0,90}$ → $AT \cong 0,90$

¿Cómo llegaste?

$$\sum_{N=1}^{\infty} \frac{5^N + 3N}{x^N} = \text{APLICO CAUCHY}$$

$$\sqrt[n]{5^n + 3n} = \sqrt[n]{5^n\left(1 + \frac{3n}{5^n}\right)} =$$

TIENDE A 1

$$= \sqrt[n]{5^n}\ \sqrt[n]{1 + \frac{3n}{5^n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$$

$$\lim_{N\to\infty} \sqrt[N]{\frac{5^N + 3N}{|x|^N}} = \lim_{N\to\infty} \frac{\sqrt[N]{5^N} + \sqrt[N]{3N}}{\sqrt[N]{|x|^N}} = \frac{5}{|x|} < 1$$

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\frac{1}{|x|} < \frac{1}{5}$$

$$|x| > 5 \rightarrow x > 5 \text{ ó } x < -5$$

PRUEBO EN $x = -5$ Y $x = 5$ PARA VER SI CONVERGEN O NO EN ESOS VALORES

$-5 \quad 5$

CONVERGENCIA $= (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

DIVERGENCIA $= (-5; 5)$

$x = +5$

$$\sum_{N=1}^{\infty} \frac{5^N + 3N}{x^N}$$

$$\sum_{N=1}^{\infty} \frac{5^N + 3N}{5^N}$$

$$\sum_{N=1}^{\infty} \frac{\cancel{5^N}}{\cancel{5^N}} + \frac{3N}{5^N} \rightarrow \lim_{N\to\infty} \frac{3N}{5^N} = \cancel{\infty}\ 0 \rightarrow$$

POR CONDICIÓN NECESARIA ESTA SERIE DIVERGE

CN $\rightarrow \lim_{N\to\infty} a_N = 0 \rightarrow$ EN ESTE CASO NO SE CUMPLE

No es correcto el planteo

$x = -5$

$$\sum_{N=1}^{\infty} \frac{5^N + 3N}{(+5)^N}\left(\frac{1}{-1}\right)^N$$

$$\cancel{\sum_{N=1} \frac{5^N}{5^N} \cdot \sum_{N=1}^{\infty} (-1)^N \cdot \frac{5^N}{5^N} + \frac{3N}{5^N}}$$

$$\sum_{N=1}^{\infty} (-1)^N \frac{5^N + 3N}{5^N} \rightarrow$$

SERIE ALTERNADA DE LEIBNIZ $\rightarrow$ USO CRITERIO DE LEIBNIZ

- $a_N \geq 0$
- $a_N \geq a_{N+1}$
- $\lim_{N\to\infty} a_N = 0$

$\rightarrow$ CONDICIONES

SEGUN EL CRITERIO DE LEIBNIZ PARA QUE UNA SERIE DE ESTE TIPO SEA CONVERGENTE SE DEBEN CUMPLIR LAS 3 CONDICIONES

$$\lim_{N\to\infty} a_N = 0 \rightarrow \lim_{N\to\infty} \frac{5^N + 3N}{5^N} = \lim_{N\to\infty} \frac{3N\left(1 + \frac{5^N}{3N}\right)}{5^N} = \infty \quad \text{NO}$$

COMO SE PUEDE VER LA SERIE NO CUMPLE CON EL ULTIMO CRITERIO, SABIENDO ESO NO ES NECESARIO HACER LOS OTROS 2 PORQUE ~~YA LA SERIE DIVERGE~~ YA SE QUE LA SERIE DIVERGE