E ANÁLISIS (ING. Y EX.) (66) 2do PARCIAL 1er CUATRIMESTRE DE 2019 **Tema 4**

APELLIDO NOMBRES DNI

NOTA del 1er parcial: 9

INSCRIPTO EN:

SEDE: Drago	DÍAS: Mar - Mie - Vie
HORARIO: 20:00	AULA: 2

1	2	3	4	NOTA
B-	B	B	B	10 (diez)

Duración: 2:30 hs

PROMOCIONA	RECUPERA: 11 de jul 10hs	
10	1ro	2do
INSUFICIENTE	FINAL: 24 de jul 10hs ó 5 de ago 10hs	

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Sea $p(x) = 1 + 9(x+1) + 40(x+1)^2$ el polinomio de Taylor de orden 2 de $g(x)$ en $x_0 = -1$. Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x) = 3\ln(g(x)) + 4x^2$ en $x_0 = -1$.

2.- Hallar f que satisfaga $f'(x) = 12x(6x^2 - 24)\, e^{6x^2-24}$ y $f(2) = 8$.

3.- Hallar el área de la región encerrada por los gráficos de $f(x) = \dfrac{4}{x}$, $g(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ y la recta $x = e^{11}$.

4.- Hallar todos los $x \in \mathbb{R}$ para los cuales la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}\,(x-3)^n$ es convergente.

Cielo Burkett
Wave

1ero

(1)

$\boxed{x_0 = -1}$

$P(x) = 1 + 9(x+1) + 40(x+1)^2$

$\downarrow$

Polinomio de orden 2 de $p(x)$ en $x_0 = -1$ $\Rightarrow$

$p(-1) = \boxed{1}$

$p'(-1) = \boxed{9}$

$p''(-1) = \boxed{80}$

$\frac{p''(-1)}{2} = 40$

$p''(-1) = 40 \cdot 2$

$p''(-1) = 80$

$f(x) = 3\ln(p(x)) + 4x^2$

$f(-1) = 3\ln(1) + 4\cdot(-1)^2 \quad f(-1) = \boxed{4}$

$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{p(x)} \cdot p'(x) + 8x$

$f'(-1) = 3 \cdot 1 \cdot 9 + 8 \cdot (-1) \quad f'(-1) = 27 - 8 \quad f'(-1) = \boxed{19}$

$f''(x) = 3 \cdot \left(-\frac{1 \cdot p'(x)}{p^2(x)}\right) \cdot p'(x) + \frac{3}{p(x)} \cdot p''(x) + 8$

$f''(-1) = 3\cdot(-9)\cdot 9 + 3 \cdot 80 + 8 \quad f''(-1) = -243 + 80 + 8 \quad f''(-1) = \boxed{-155}$

$\boxed{p(x) = 4 + 19(x+1) - \frac{155}{2}(x+1)^2}$ $\to$ Polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x)$

B

Crew Burkett
Wave

2 (12)

(2)

$$F'(x) = 12x(6x^2-24)\,e^{6x^2-24} \qquad F(2)=8$$

↓ Integro en ambos lados

$$\int F'(x)\,dx = \int 12x(6x^2-24)\,e^{6x^2-24}\,dx$$

(I) (II)

(I) $\int F'(x)\,dx =$

$$\boxed{F(x)+C_1}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} u = 6x^2-24 \\ du = 12x\,dx \end{array}}$$

(II) $\int 12x(6x^2-24)\,e^{6x^2-24}\,dx =$

$$\int \underset{\substack{\downarrow \\ 1}}{u}\cdot \overset{\substack{e^u \\ \uparrow}}{e^u}\,du = \quad \text{Integro por partes}$$

$$(u.e^u) - \int e^u\,du =$$

$$u.e^u - e^u + C$$

$$(6x^2-24).e^{6x^2-24} - e^{6x^2-24}$$

$$e^{6x^2-24}(6x^2-24-1)+C_2$$

$$\boxed{e^{6x^2-24}.(6x^2-25)+C_2}$$

✓

$f(x) = e^{6x^2-24}(6x^2-25) + c$ → conjunto de funciones

↓

$f(2) = e^{6.4-24}(6.4-25) + c$ encuentro el valor de c a partir del dato $f(2)=8$ para obtener la función

$8 = 1.(-1) + c$

$8 = -1 + c$

$8 + 1 = c \Rightarrow \boxed{c = 9}$

B

$\boxed{F(x) = e^{6x^2-24}(6x^2-25) + 9}$ → Respuesta

Cuelo Butetti
Wave

3ero

(3) $f(x) = \dfrac{4}{x}$ $\qquad \rho(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ $\qquad x = e^{11}$

$\dfrac{4}{x} = \dfrac{\ln x}{x}$

$4 = \dfrac{\ln x}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x}$

$e^4 = e^{\ln x}$

$\boxed{e^4 = x}$

↳ f(x) y ρ(x) se cruzan en e^4

$f(e^{11}) = \boxed{\dfrac{4}{e^{11}}}$ ⇒ donde f(x) corta a la recta

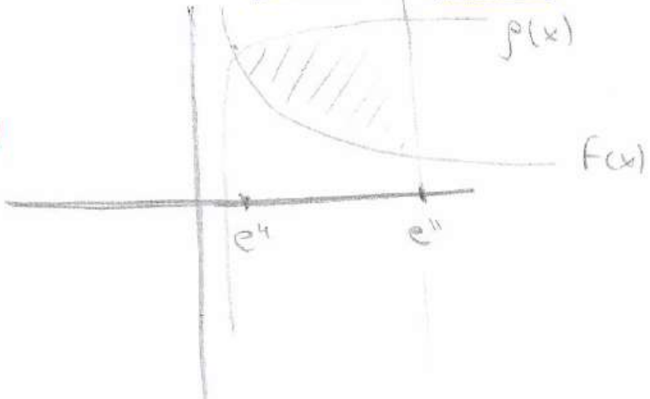
$\rho(e^{11}) = \boxed{\dfrac{11}{e^{11}}}$ ⇒ donde ρ(x) corta a la recta

$f(e^6) = \dfrac{4}{e^6}$

$\rho(e^6) = \dfrac{6}{e^6}$

$\rho(x) > f(x)$

↓ $\boxed{\text{techo}}$ ↓ $\boxed{\text{piso}}$



$$\boxed{A = \underbrace{\int_{e^4}^{e^{11}} \frac{\ln x}{x}\,dx}_{\text{I}} - \underbrace{\int_{e^4}^{e^{11}} \frac{4}{x}\,dx}_{\text{II}}}$$

✓

(I) $\displaystyle\int_{e^4}^{e^{11}} \frac{1}{x} \cdot \ln x \, dx =$ $\qquad u = \ln x$ $\qquad du = \dfrac{1}{x}\,dx$

Cambio los límites
$\ln(e^{11}) = 11$
$\ln(e^4) = 4$

$\displaystyle\int_4^{11} u \, du =$

$\left[\dfrac{u^2}{2}\right]_4^{11} = \dfrac{11^2}{2} - \dfrac{4^2}{2} = \dfrac{121}{2} - \dfrac{16}{2} = \boxed{\dfrac{105}{2}}$

(II) $\displaystyle\int_{e^4}^{e^{11}} 4 \cdot \frac{1}{x}\,dx =$

$4\displaystyle\int_{e^4}^{e^{11}} \frac{1}{x}\,dx =$

$4\left[\ln(x)\right]_{e^4}^{e^{11}} = 4\left[\ln(e^{11}) - \ln(e^4)\right] = 4 \cdot (11-4) = 4 \cdot 7 = \boxed{28}$

$A = \text{I} - \text{II}$

$A = \frac{105}{2} - 28$

$A = \frac{105}{2} - \frac{56}{2}$

$\boxed{A = \frac{49}{2}}$ → Respuesta

B

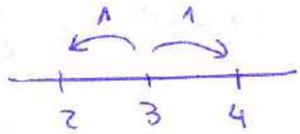
Lielo Bussetti
Wave | 4 to

(4) $S=\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}(x-3)^n$ Analizo la convergencia aplicando el criterio de CAUCHY.

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left|\frac{7n+4}{5n^3+3}\cdot(x-3)^n\right|} = \lim_{n\to\infty} \frac{\overset{\to 1}{\sqrt[n]{7n+4}}}{\underset{\to 1}{\sqrt[n]{5n^3+3}}} \cdot \sqrt[\cancel{n}]{|(x-3)^{\cancel{n}}|} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \underbrace{|x-3| < 1}_{\text{Para que converja}} \Rightarrow -1 < x-3 < 1$$

$$2 < x < 4$$



Por criterio de cauchy la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}(x-3)^n$ converge absolutamente en $x \in (2,4)$.

Analizo la convergencia en los bordes.

$x = 4$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}(4-3)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}\cdot 1^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}$$

Como se trata de una serie de terminos positivos analizo la convergencia por el metodo de comparación vía limite, Comparando con la sucesión $\frac{1}{n^2}$, dado que se que la serie converge.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{7n+4}{5n^3+3}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2(7n+4)}{5n^3+3} = \lim_{n\to\infty} \frac{7n^3+4n^2}{5n^3+3} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n^3}(7+\overset{\to 0}{\frac{4}{n}})}{\cancel{n^3}(5+\underset{\to 0}{\frac{3}{n^3}})} = \boxed{\frac{7}{5}}$$

$\longrightarrow$

Como $\frac{7}{5} \neq 0 \neq \infty$ $\frac{7n+4}{5n^3+3}$ se comporta igual que $\frac{1}{n^2}$,

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}(4-3)^n$ converge.

$x = 2$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}(2-3)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3} \cdot (-1)^n$$

En este caso se trata de una serie alternada, le aplico modulo a efectos de analizar la convergencia, dado que si $|a_n|$ converge $\Rightarrow a_n$ converge

$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{7n+4}{5n^3+3} \cdot (-1)^n \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3}$ se que esta serie converge por haberla comparado anteriormente con $\frac{1}{n^2}$.

Entonces $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{7n+4}{5n^3+3} \cdot (-1)^n \right|$ converge.

Entonces $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{5n^3+3} \cdot (-1)^n$ converge

luego del analisis planteado puedo concluir que la serie S converge en $x \in [2, 4]$

B