Abis ANÁLISIS (ING. Y EX.) (66) 2do PARCIAL 1er CUATRIMESTRE DE 2023 Tema 1

APELLIDO [redacted] NOMBRES [redacted] DNI [redacted]

NOTA del 1er parcial: 4 (cuatro)

INSCRIPTO EN: SEDE: CIUDAD UN DÍAS: LU-JU-SA HORARIO: 7-10 AULA: 214

1	2	3	4	NOTA
B=	B-	R	M	5 (cinco)

PROMOCIONA	RECUPERA: Jueves 13-07 1ro 2do
INSUFICIENTE	FINAL - 6 -

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

$$F(x_0) + F'(x_0)(x+1) + \frac{F''(x_0)}{2}\cdot(x+1)^2$$

Por lo tanto si ~~la~~ el polinomio de $F(x)$ es $1+x-5x^2$ significa que $\boxed{F(-1)=1}$ $\boxed{F'(-1)=1}$ y $\boxed{F''(-1)=-10}$ NO!

sólo valdría si el Taylor estuviera centrado en $x_0=0$.

AHORA HAY QUE SACAR EL POLINOMIO de $g(x)$ EN $x_1=0$

$$g(0) + g'(0)x + \frac{g''(0)}{2}x^2$$

$$g(0) = F(-1) + \boxed{\int_{-1}^{-1} F(t)\,dt} \quad \boxed{= 1 \times}$$

cuánto vale?

$\rightarrow 0$ ya que es en -1 y -1 siempre da $=0$

$$g'(x) = F'(x^2-x-1)\cdot(2x-1) + \underbrace{F(2x-1)\cdot 2}_{T.F.C}$$

$$g'(0) = F'(-1)\cdot(-1) + F(-1)\,2$$

¿de dónde sale?

$$-1 + 2 \quad \boxed{\Rightarrow 1} \times$$

Lo que SÍ VALE SIEMPRE →

$P(-1) = f(-1) = -5$

$P'(-1) = f'(-1) = 11$

$P''(-1) = f''(-1) = \ldots$

O sea el Taylor y la función coinciden en x_0 (donde está centrado el Taylor) y las derivadas también.

Abis

1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función 2 veces derivable y $p(x) = 1 + x - 5x^2$ su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0 = -1$. Encontrar el polinomio de Taylor de segundo orden en $x_1 = 0$ de $g(x) = f(x^2 - x - 1) + \int_{-1}^{2x-1} f(t)dt$.

2. Hallar una función f que satisfaga $f'(x)f^7(x) = 3x\cos(x)f^5(x)$ y $f(0) = 3$.

3. Calcular el área de la región encerrada por los gráficos de $f(x) = \dfrac{(x-6)}{x}$ y $g(x) = x(x-6)$ para $x \geq 1$.

4. Hallar todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+4}\right)^{2n} x^n$ es convergente.

EN EL LIMITE SUPERIOR

[redacted] ANALISIS MATEMATICO HOJA 1

1) Sea $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una Funcion 2 veces derivable y $p(x) = \boxed{1 + x - 5x^2}$ su polinomio de taylor de orden 2 en $x_0 = -1$

Encontrar el polinomio de Taylor de segundo orden en $x_1 = 0$

de

$$g(x) = F(x^2 - x - 1) + \int_{-1}^{2x-1} f(t)\,dt$$

Construccion de polinomio de Taylor:

$$F(\overset{-1}{x_0}) + F'(\overset{-1}{x_0})(x+1) + \frac{F''(\overset{-1}{x_0})}{2} \cdot (x+1)^2 \quad x_0 = -1 \quad ✓$$

Por lo tanto si ~~la~~ ~~...~~ el polinomio de $F(x)$ es $1 + x - 5x^2$ significa que $\boxed{F(-1) = 1}$ $\boxed{F'(-1) = 1}$ y $\boxed{F''(-1) = -10}$ NO!

Esto valdría si el Taylor estuviera centrado en $x_0 = 0$.

AHORA HAY QUE SACAR EL POLINOMIO de $g(x)$ EN $x_1 = 0$

$$g(0) + g'(0)x + \frac{g''(0)}{2}x^2$$

arrastró error.

Lo que SÍ VALE SIEMPRE →

$P(-1) = f(-1) = -5$

$P'(-1) = f'(-1) = 11$

$P''(-1) = f''(-1) = -$

$$g(0) = F(-1) + \boxed{\int_{-1}^{-1} f(t)\,dt} \boxed{= 1} \times$$

→ 0 ya que es en -1 y -1 siempre da $= 0$

$$g'(x) = F'(x^2 - x - 1) \cdot (2x - 1) + \underbrace{f(2x-1) \cdot 2}_{T.F.C} ✓$$

$$g'(0) = F'(-1) \cdot (-1) + F(-1)\,2 ✓$$

arrastró error

$$-1 + 2 \quad \boxed{\Rightarrow 1} \times$$

O sea el Taylor y la función coinciden en x_0 (donde está centrado el Taylor) y las derivadas también.

$g'(x) = f'(x^2-x-1).(2x-1) + f(2x-1).2$

$g''(x) = \left(f'(x^2-x-1).(2x-1)\right)' + \left(f(2x-1).2\right)'$

$\left(f'(x^2-x-1).(2x-1)\right)' = f''(x^2-x-1).(2x-1)^2 + f'(x^2-x-1).2$

$\left(f(2x-1).2\right)' = f'(2x-1).4 + \cancel{f(2x-1).0}$

$g''(x) = f''(x^2-x-1)(2x-1)^2 + f'(x^2-x-1).2 + f'(2x-1).4$ ✓

$g''(0) = f''(-1).1 + f'(-1).2 + f'(-1).4$ ✓

$-10 + 2 + 4 = -4$ ✗ cuidado aritmética

RTA POLINOMIO DE TAYLOR DE GRADO 2 EN $x_0 = 0$

$P(x) = g(0) + g'(0)x + \frac{g''(0)}{2}x^2$

$P(x) = \boxed{1 + 1x - 2x^2} \rightarrow$ RTA. ✗ aritmética (cuidado)

B-

$sen \to -cos(x)$ $\left(sen(x) \to cos(x) \right.$

$cos(x) \to sen(x)$ $\left(cos(x) \to -sen(x) \right.$

DERIVADOS

HOJA 7.

$f'(x-1)$

⑦ Hallar una funcion f que satisfaga

$$f'(x) \cdot f^7(x) = 3x \cdot \cos(x) f^5(x)$$

y

$$f(0)=3$$

$$f'(x) \cdot \frac{f^{\cancel{7}\,2}(x)}{\cancel{f^5(x)}} = 3x \cos(x)$$

$$\boxed{\int f'(x) \cdot f^7(x) = \int 3x \cos(x)}$$

$\int f'(x) \cdot f^7(x)\,dx$ $\quad u = f(x)$ $\quad du = f'(x)\cdot dx$

$\frac{du}{f'(x)} = dx$

$$\int \cancel{f'(x)} \cdot \frac{du}{\cancel{f'(x)}} \cdot u^2$$

$$\int u^2 du \to \frac{f(x)^3}{3} = \int 3x \cdot \cos(x)$$

$\int 3x \cdot \cos(x) = 3 \int x \cdot \cos(x)$ $\quad$ $\boxed{\text{por partes}}$

$f' = \cos(x)$ $\quad f = sen(x)$

$f \cdot g - \int f \cdot g'$

$g = x$ $\quad g' = 1$

$sen(x) \cdot x - \int sen(x) \cdot 1$

$sen(x)x + \cos(x) + k$

$$\frac{f(0)^3}{3} = 3(sen(0)0 + \cos(x) + k)$$

$9 = 0 + 1 + k$

$8 = k$

$$\frac{F(x)^3}{3} = \text{sen}(x) \cdot x + \cos(x) + 8$$

análisis

$$F(x)^3 = 3x\,\text{Sen}(x) + 3\cos(x) + 24$$

$$F(x) = \sqrt[3]{3(3x\,\text{sen}(x) + 3\cos(x)) + \overset{18}{24}}$$? ERRO

$$F(0) = \sqrt[3]{3.\cos(x) + 27} = \sqrt[3]{27} = 3$$ CUMPLE

B⁻

ANALISIS MATEMATICO

[redacted]

3. CALCULAR EL AREA DE LA REGION ENCERRADA POR LOS GRAFICOS DE $F(x) = \frac{(x-6)}{x}$ y $g(x) = x \cdot (x-6)$

$f(x) \to \overset{\text{Dom}}{\mathbb{R}} - \{0\}$ ✓ $g(x) \overset{\text{Dom}}{\Rightarrow} \mathbb{R}$ ✓

ANALIZO LAS FUNC. $0 = f(x)$ RAICES $\frac{(x-6)}{x} = 0 \quad x - 6 = 0$
$x = 6$

$g(x) = 0 \quad x \cdot (x-6) = 0$

→ x tiene que ser $\boxed{0 \quad 0 \mid 0 \quad 6}$?

$f(x) = g(x)$ → BUSCO TODOS LOS PUNTOS DE INTERSECCION

$\frac{(x-6)}{x} = x(x-6)$ $\Big\}$ $\frac{\cancel{(x-6)}}{x} \cdot \frac{1}{\cancel{(x-6)}} = x \to \frac{1}{x} = x$?

$1 = x^2$

$\frac{x-6}{x} - x(x-6) = 0$ CHOCAN TMB EN 1 y -1 ✓

$f(2) = -2$

$g(7) = -8$

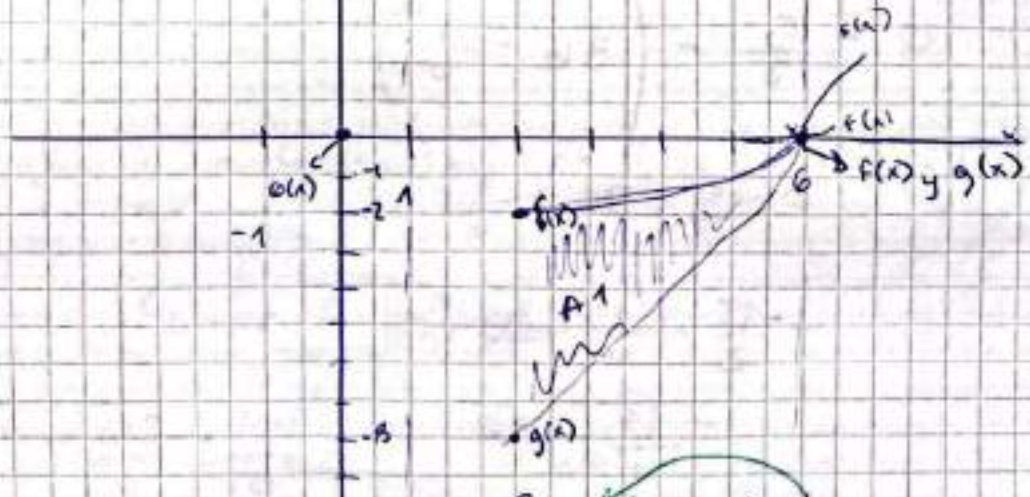
$g(10) = 40$

$f(10) = 4/10$

$(x-6)\left[\frac{1}{x} - x\right] = 0$

$\Leftrightarrow x - 6 = 0 \to \boxed{x = 6}$

$\frac{1}{x} - x = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$



$A_1 = \int_1^6 g(x) - \int_1^6 f(x)$

GRAFICO DE ORIENTACION

$\int_1^6 4\, g(x)$ $\qquad g(x) = x\cdot(x-6)$

POR PARTES

$f' = x \qquad f = \frac{x^2}{2}$

$\int_1^6 x\,(x-6) =$ $\qquad g = x-6 \qquad g' = 1$

Era más fácil: $\int_1^6 (x^2-6x)\,dx = \left(\frac{x^3}{3} - 6\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^6$

$f\cdot g\Big|_1^6 - \int f\cdot g'$

$\frac{x^2}{2}\cdot(x-6)\Big|_1^6 - \int \frac{x^2}{2} \quad \Big\} \quad \frac{x^2}{2}(x-6)\Big|_1^6 - \frac{1}{2}\int x^2$

UTILIZAMOS BARROW $\quad \frac{x^2}{2}(x-6)\Big|_1^6 - \frac{1}{2}\frac{x^3}{3}\Big|_1^6$

$\frac{6^2}{2}\cdot(6-6) - \left(\frac{1^2}{2}\cdot 1-6\right) - \left(\frac{1}{2}\frac{6^3}{3} - \left(\frac{1}{2}\frac{1}{3}\right)\right)$

$0 - \frac{5}{2} - \left(36 - \frac{1}{6}\right)$

$0 - \frac{5}{2} - 36 + \frac{1}{6}$

$-\frac{15}{6} + \frac{1}{6} - 36$

$-\frac{14}{6} - 36 = -\frac{14}{6} - \frac{216}{6} = -\frac{230}{6} = \boxed{-\frac{115}{3}}$

$$\int_1^6 f(x) = \int_1^6 \frac{(x-6)}{x}$$

$f' = 6$

$f' = \frac{1}{x}$ $f = \ln(|x|)$

$g = (x-6)$ $g' = 1$

ovvio no

$$f \cdot g \Big|_1^6 - \int_1^6 \left(\frac{x^2}{2} - 6x\right) \cdot \frac{1}{x^2}$$

$f' = x - 6$ $f = \frac{x^2}{2} - 6x$?

$g = \frac{1}{x}$ $g' = -\frac{1}{x^2}$

$\frac{(x-6)^2}{2}$

$$\frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \Big|_1^6 - \int_1^6 \frac{1}{2} - \frac{6}{x}$$

$f = 1$

$\int \frac{6}{x}$

$f' = 6$ $6x$

$g = \frac{1}{x}$ $g' = \frac{1}{x^2}$

$$\frac{x^{\cancel{2}}}{2} \Big|_1^6 - \int_1^6 \frac{1}{2} - \int_1^6 \frac{6}{x}$$

$6x \cdot \frac{1}{x} - \int 6x \frac{1}{x^2}$

$$\frac{x}{2} \Big|_1^6 - \frac{1}{2}x \Big|_1^6 - 6\int_1^6 \frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{2} \Big|_1^6 - \frac{1}{2}x \Big|_1^6 - 6\ln(|x|) \Big|_1^6$$

$$\cancel{\frac{6}{2} - \frac{6}{2} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} - \left(6 \cdot \ln(|6|) - \ln(|1|)\right)$$

$\mathbb{R}^+$

$$RTA = -\frac{115}{3} = -\left(6 \cdot \ln(|6|) - \ln(|1|)\right)$$

ANALISIS MATEMATICO [redacted]

4. HALLAR TODOS LOS VALORES DE $x \in \mathbb{R}$ PARA LOS CUALES LA SERIE

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+4}\right)^n x^n$$

EXPONENCIA → USA CAUCHY

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^n \cdot \left(\frac{n}{n+4}\right)^n x^n} = \frac{2nx}{n+4} = ?$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left|2^n \left(\frac{n}{n+4}\right)^n x^n\right|} = \lim_{n\to\infty} 2\left(\frac{n}{n+4}\right)|x| =$$

$\left(\frac{n}{n+4}\right) \to 1$

$= 2|x|$ conv (C. Cauchy) si $2|x|<1 \Leftrightarrow |x|<\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

la serie converge a $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

~~$1 < \frac{2nx}{n+4} < 1$~~

$1 > \frac{2nx}{n+1} > 1$

$1 > \frac{2nx}{n(1+1/n)} > 1$

M

$1 > \frac{2x}{1} > 1$

$-1 > 2x > 1$

$-2 > 4x > 2$

luego analiza los bordes.

1) NINGUNO DE LOS DOS CUANDO $n \to \infty$ CONVERGE YA QUE NO DA 0