Abis **ANÁLISIS (ING. Y EX.) (66)** **1er PARCIAL 1er CUATRIMESTRE DE 2023** **Tema 3**

APELLIDO **NOMBRES** .. .. **DNI** .. ...

1	2	3	4	NOTA
n+	β	β	β́	7bre…

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DÍAS:
HORARIO:	AULA:

Duración: 2:30 hs.

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Calcular $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\sqrt{25n^4+7}-\sqrt{n^4+3}}{n^2+4}$

2.- Sea f una función derivable en $x_0 = 3$ tal que la recta tangente a su gráfico en el punto $(3, f(3))$ tiene ecuación $y = 2x - 2$. Calcule la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función $g(x) = x \cdot \sqrt{f(x)}$ en el punto $(3, g(3))$.

3.- Sea $f : (3, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x-3) - \operatorname{sen}(x-4)}{3(x-4)} & \text{si} \quad x \neq 4 \\ 0 & \text{si} \quad x = 4 \end{cases}$.

Hallar, si existe, $f'(4)$.

4.- ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $\dfrac{e^{-x+9}}{x-6} + 110 = 0$?

1) $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{\sqrt{25n^4+7} - \sqrt{n^4+3}}{n^2+4}$

$\lim_{n \to +\infty} \dfrac{25n^4+7-n^4-3}{(n^2+4)(\sqrt{25n^4+7}+\sqrt{n^4+3})}$

$\lim_{n \to +\infty} \dfrac{24n^4+4}{(n^2+4)(\sqrt{25n^4+7}+\sqrt{n^4+3})}$

$\lim_{n \to +\infty} \dfrac{24n^4+4}{(n^2+4)\left(\sqrt{n^4}\cdot\sqrt{25+\frac{7}{n^4}}+\sqrt{n^4}\cdot\sqrt{1+\frac{3}{n^4}}\right)}$

$\lim_{n \to +\infty} \dfrac{24n^4+4}{(n^2+4)(n^2\cancel{\sqrt{25}}+n^2\cancel{\sqrt{1}})}$

MAL

~~$\lim_{n \to +\infty} \dfrac{24n^4+4}{(n^2+4)(5n^2+1n^2)}$~~

$\lim_{n \to +\infty} \dfrac{24n^4+4}{6n^4+24n^2} = \lim_{n \to +\infty} \dfrac{n^4\left(24+\frac{4}{n^4}\right)}{n^4\left(6+\frac{24}{n^2}\right)} = \dfrac{24}{6} = 4$

3) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x-3) - \operatorname{sen}(x-4)}{3(x-4)} & \text{si } x \neq 4 \\ 0 & \text{si } x = 4 \end{cases}$

Analizo si es continua en $x=4$ para ver si es derivable?

NO!! Se pide $f'(4)$

$f(4) = 0$

$$\lim_{x \to 4} \frac{\ln(X-3) - \operatorname{sen}(X-4)}{3(X-4)} \quad \frac{0}{0} \longrightarrow L'H$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{\frac{1}{X-3} - \cos(X-4)}{3} = \frac{\frac{1}{1} - 1}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$\lim_{x \to 4} f(x) = f(4) = 0$ es continua

$f'(4)$ ✓

$$\underbrace{\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}} = \lim_{h \to 0} \frac{\ln(4+h-3) - \operatorname{sen}(4+h-4)}{3(4+h-4)} ✓$$

h

$$f'(4) = \lim_{h \to 0} \frac{\ln(1+h) - \operatorname{sen}(h)}{3(h)} \cdot \frac{1}{h} ✓$$

$$f'(4) = \lim_{h \to 0} \frac{\ln(1+h) - \operatorname{sen}(h)}{3 \cdot h^2} ✓ \quad \frac{0}{0} \longrightarrow L'H ✓$$

$$f'(4) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{1+h} - \cos(h)}{3 \cdot 2 \cdot h}$$

$$f'(4) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{1+h} - \cos(h)}{6h} ✓ \quad \frac{0}{0} = \longrightarrow L'H ✓$$

$$F'(4) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{\cancel{(1)'(1+h)} - (1)\cancel{(1+h)'}}{(1+h)^2} + \operatorname{sen}(h)}{6}$$

$$f'(4) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{-1}{(1+h)^2} + \operatorname{sen}(h)}{6} = \frac{-\frac{1}{1}+0}{6} = -\frac{1}{6}$$ ✓

$F'(4) = -\frac{1}{6}$ es derivable ✓

4) $\frac{e^{-x+9}}{x-6} + 110 = 0$

¿quién es $f(x)$?

$\text{Dom}(F)\ \mathbb{R} - \{6\}$

$$f'(x) = \frac{(e^{-x+9})' \cdot (x-6) - (e^{-x+9}) \cdot (x-6)'}{(x-6)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{-x+9} \cdot (-1) \cdot (x-6) - e^{-x+9} \cdot (1)}{(x-6)^2}$$ ✓

$$f'(x) = \frac{-e^{-x+9} \cdot (x-6+1)}{(x-6)^2}$$ ✓

$\text{Dom}(F') = \mathbb{R} - \{6\}$ ✓

$f'(x) = 0$

$-e^{-x+9} = 0$

NO ✓

$x - 6 + 1 = 0$

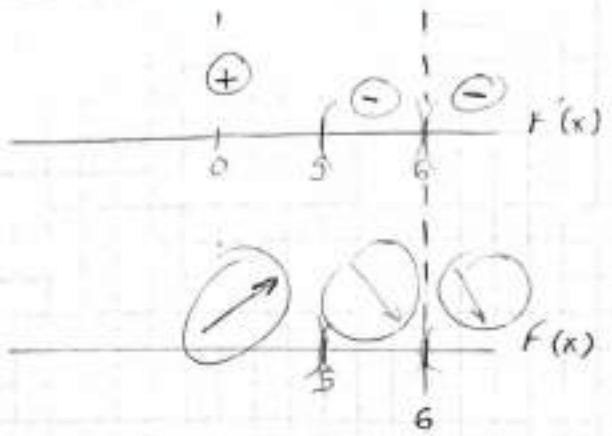
$x - 5 = 0$

$x = 5$ ✓

Punto crítico y

MAL

A.V en $x = 6$ (por ∄ Dom)

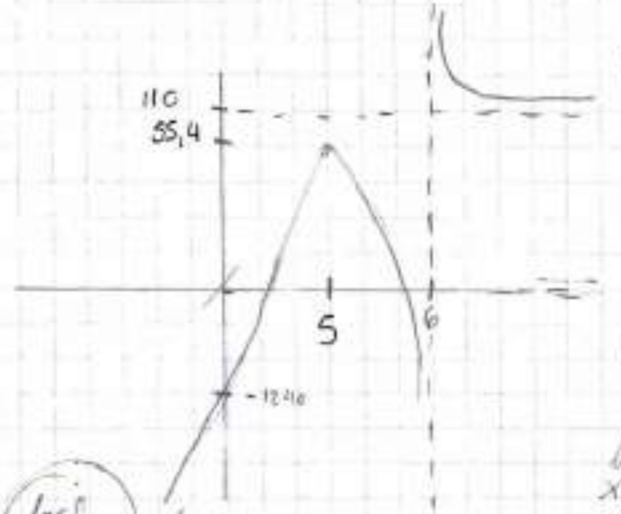


Por teo. de Bolzano ↗

$$f'(0) = \frac{-e^{9}(-5)}{36} = \frac{-\cdot-}{+} = (+)$$

$$f'(5,5) = \frac{-e^{3,5}(0,5)}{0,25} = \frac{-}{+} = (-)$$

$$f'(7) = \frac{-e^{2}(2)}{1} = \frac{-}{+} = (-)$$



$$f(5) = \frac{e^{-5+9}}{5-6} + 110 =$$

$$f(5) = \frac{e^{4}}{-1} + 110 = -54,5 + 110$$

$$f(5) = 55,4$$ ✓

MAL

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x+9}}{x-6} + 110 = \frac{e^{\infty}}{-\infty} \; 110$$

L'H

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x+9}\cdot(-1)}{¿1?} \; (+) \lim_{x\to-\infty} + 110$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^{\infty}\cdot(-1)}{1} = -\infty$$

$$f(0) = \frac{e^{9}}{-6} + 110 = -1240$$

local máximo en x=5 por criterio de la primera derivada ✓

$$\lim_{x\to6^-} \frac{e^{-x+9}}{(x-6)} + 110 = -\infty$$

$$¿\frac{1}{0_-}?$$

$$\lim_{x\to6^+} \frac{e^{-x+9}}{x-6} + 110 = +\infty$$

$$¿\frac{1}{0_+}?$$

$$e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{-x+9}}{x-6} + 110 = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^{-x+9}}{x-6} + 110 = \frac{110}{}$$

tiende a 0

tiende a ∞

respuesta en la próxima hoja

La ecuación tiene 2 soluciones en $f(x)=0$

2) $f'(3)$ = existe = $m = 2$

Recta tangente a $f(x)$ $(3, f(3))$ $\quad y = 4$

$y = 2 \cdot x - 2$

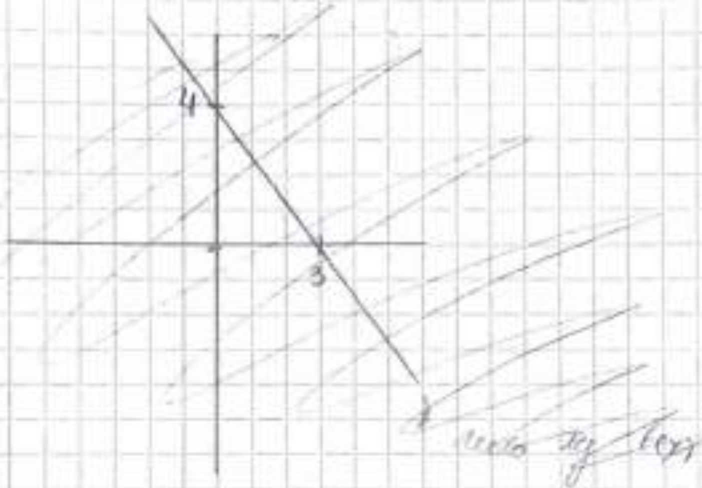
$m = 2 \qquad b = -2$

$f'(3)$ en $(3, f(3))$

$y = 2 \cdot 3 - 2$

$y = 6 - 2 = 4 = f(3)$

$f(3) = 4$



$g'(x) = (x)' \cdot \sqrt{f(x)} + (x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x)$

$g'(x) = \sqrt{f(x)} + \frac{x}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x)$

$g'(3) = \sqrt{f(3)} + \frac{(x)}{2\sqrt{f(3)}} \cdot f'(3)$

$g'(3) = \sqrt{4} + \frac{3}{2\sqrt{4}} \cdot 2$

$g'(3) = 2 + \frac{3}{\cancel{2} \cdot 2}$ $\Rightarrow g'(3) = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = m$

recta tangente $g(x)$

$y = m \cdot x + b$

$\frac{7}{2}$ 3

$g(3)$

$g(3) = 3 \cdot \sqrt{f(3)}$

$g(3) = 3 \cdot \sqrt{4}$

$g(3) = 3 \cdot 2$

$g(3) = 6$

$6 = \frac{7}{2} \cdot 3 + b$

$6 = \frac{21}{2} + b$

$b = 6 - \frac{21}{2}$

$b = \frac{12}{2} - \frac{21}{2} \Rightarrow b = -\frac{9}{2}$

$y = \frac{7}{2} \cdot x - \frac{9}{2}$ es la ecuación de la recta tangente $g(x)$ en $(3, 6)$