A′ ANÁLISIS (ING. Y EX.) (66) 1er PARCIAL 1er CUATRIMESTRE DE 2019 Tema 3

APELLIDO NOMBRES DNI

1	2	3	4	NOTA
B	B	B	R+	9 (nueve)

INSCRIPTO EN:

SEDE: Drago	DÍAS: Ma - Mi - Vi
HORARIO: 20 a 23	AULA: 2

Duración: 2:30 hs.

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Calcular el $\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+6\sin n}-\sqrt{n^2+3}\right)$.

2.- Sea $f:(-1/7;+\infty)\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+7x)}{e^{7x}-1} & \text{si } x\neq 0\\ 1 & \text{si } x=0\end{cases}$.

Hallar $f'(0)$.

3.- Determinar si existe $k>0$ para el cual la ecuación $(x^2-24)e^{x+7}=k$ tenga exactamente una solución.

4.- Un rectángulo tiene un lado sobre el eje positivo de las x , otro sobre el eje positivo de las y , un vértice en el origen y otro sobre el gráfico de la función $f(x)=-54x^4+100$, con $0<x\leq 1$. Encontrar el rectángulo de perímetro máximo.

Greco Burletti
Laure

(1)

(1)

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2+6\sin n} - \sqrt{n^2+3} = \quad \text{Ind } "\infty-\infty"$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^2+6\sin n} - \sqrt{n^2+3}\right) \cdot \frac{\sqrt{n^2+6\,\text{sen}\,n} + \sqrt{n^2+3}}{\sqrt{n^2+6\,\text{sen}\,n} + \sqrt{n^2+3}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{n^2+6\,\text{sen}\,n}\right)^2 - \left(\sqrt{n^2+3}\right)^2}{\sqrt{n^2+6\,\text{sen}\,n} + \sqrt{n^2+3}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cancel{n^2} + 6\,\text{sen}\,n - \cancel{n^2} + 3}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{6\,\text{sen}\,n}{n^2}\right)} + \sqrt{n^2\left(1+\frac{3}{n^2}\right)}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6\,\text{sen}\,n + 3}{\sqrt{n^2}\cdot\sqrt{1+\frac{6\,\text{sen}\,n}{n^2}} + \sqrt{n^2}\,\sqrt{1+\frac{3}{n^2}}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6\,\text{sen}\,n+3}{n\cdot\sqrt{1+\frac{6\,\text{sen}\,n}{n^2}} + n\cdot\sqrt{1+\frac{3}{n^2}}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6\,\text{sen}\,n+3}{n\left(\sqrt{1+\frac{6\,\text{sen}\,n}{n^2}} + \sqrt{1+\frac{3}{n^2}}\right)} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \underbrace{\frac{1}{n\left(\underbrace{\sqrt{1+\frac{6\,\text{sen}\,n}{n^2}}}_{1} + \underbrace{\sqrt{1+\frac{3}{n^2}}}_{1}\right)}}_{0} \cdot \underbrace{\frac{6\,\text{sen}\,n+3}{1}}_{\text{acotado}} = \overset{0.\text{acotado}}{\boxed{0}}$$

Rta.

$$\underbrace{\frac{1}{n^2}}_{0}.\underbrace{6\,\text{sen}\,n}_{\text{acotado}} = 0$$

B

Carla Buiselli (2)
hove

(2)

$$F(x)\begin{cases}\dfrac{\ln(1+7x)}{e^{7x}-1} & \text{si } x\neq 0\\[2mm] 1 & \text{si } x=0\end{cases}$$

$F'(0)\ \exists$ ssi $\lim\limits_{H\to 0}\dfrac{F(x_0+H)-F(x_0)}{H}$ existe.

$$\lim_{H\to 0}\frac{F(x_0+H)-F(x_0)}{H}=$$

$$\lim_{H\to 0}\frac{\dfrac{\ln(1+7H)}{e^{7H}-1}-1}{H}=$$ → multiplico por $\dfrac{e^{7H}-1}{e^{7H}-1}$

$$\lim_{H\to 0}\left(\frac{\ln(1+7H)-1(e^{7H}-1)}{e^{7H}-1}\right)\frac{1}{H}=$$

$$\lim_{H\to 0}\frac{\overbrace{\ln(1+7H)}^{0}-\overbrace{e^{7H}}^{-1}+\overbrace{1}^{1}}{\underbrace{H(e^{7H}-1)}_{0}}=\text{Ind } \text{"}\tfrac{0}{0}\text{"}$$

$\downarrow$ L'H

$$\lim_{H\to 0}\frac{\overbrace{\dfrac{7}{1+7H}}^{7}-\overbrace{(e^{7H}\cdot 7)}^{-7}}{\underbrace{(e^{7H}-1)}_{0}+\underbrace{H\cdot e^{7H}\cdot 7}_{0}}=\text{Ind } \text{"}\tfrac{0}{0}\text{"}$$

$\downarrow$ L'H

→ $7He^{7H}$

$$\frac{7}{1+7H}=\frac{-7\cdot 7}{(1+7H)^2}$$

$$\frac{-49}{(1+7H)^2}$$

$$(7e^{7H})+(7H\,e^{7H}\cdot 7)$$

$$\lim_{H\to 0}\frac{\dfrac{-49}{(1+7H)^2}-(7e^{7H}\cdot 7)}{e^{7H}\cdot 7+(7\cdot e^{7H})+7H\cdot e^{7H}\cdot 7}=$$

$$\lim_{H\to 0}\frac{\overbrace{\dfrac{-49}{(1+7H)^2}}^{-49}-\overbrace{49e^{7H}}^{-49}}{\underbrace{7e^{7H}}_{7}+\underbrace{7e^{7H}}_{7}+\underbrace{49He^{7H}}_{0}}=\frac{-\cancel{98}^{\,7}}{\cancel{14}_{\,1}}=\boxed{-7}$$

B

Rta →

Rta: Dado que $\exists \lim\limits_{H \to 0}$, $\exists f'(0)$ y es -7.

Uela Bulletn Lowe ③

③ $f(x) = (x^2-24)\,e^{x+7} = K$ → Analizo la función para ver como se comporta

Dom: $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to +\infty} \underbrace{(x^2-24)}_{+\infty}\,\underbrace{e^{x+7}}_{+\infty} = \boxed{+\infty}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \underbrace{(x^2-24)}_{+\infty}\,\underbrace{e^{x+7}}_{0} = \text{Ind } \text{"}0 \cdot \infty\text{"}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-24}{\frac{1}{e^{x+7}}} = \text{Ind } \text{"}\frac{\infty}{\infty}\text{"}$$

L'H

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x}{\frac{-1 \cdot e^{x+7}}{(e^{x+7})^2}} = \text{Ind } \text{"}\frac{\infty}{\infty}\text{"}$$

L'H

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2}{\frac{1 \cdot e^{x+7}}{(e^{x+7})^2}} = \boxed{0}$$ Asíntota Horizontal

$f'(x) = 2x \cdot e^{x+7} + (x^2-24) \cdot e^{x+7}$

$f'(x) = e^{x+7}(2x + x^2 - 24)$

$\boxed{f'(x) = e^{x+7}(x^2+2x-24)}$ $\quad$ $\text{Dom} f' = \text{Dom} f$

$f'(x) = 0 \iff$

$\underbrace{e^{x+7}}_{\neq 0}(x^2+2x-24) = 0$

$x^2+2x-24 = 0 \rightarrow \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4 \cdot a \cdot c}}{2a} \begin{cases} 4 \\ -6 \end{cases}$

$\boxed{x = 4}$

$\boxed{x = -6}$

PC

$f(4) = (4^2-24)e^{4+7} = \boxed{-8e^{11}}$

$f(-6) = ((-6)^2-24)e^{-6+7} = \boxed{12e}$

	$(-\infty,-6)$	-6	$(-6,4)$	4	$(4,+\infty)$
f	$\nearrow$	$12e$	$\searrow$	$-8e^{11}$	$\nearrow$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$

$+\infty$ → Por teorema de la Grange

→ Por teorema de Bolzano

Grela Bulfetti Laura (4)

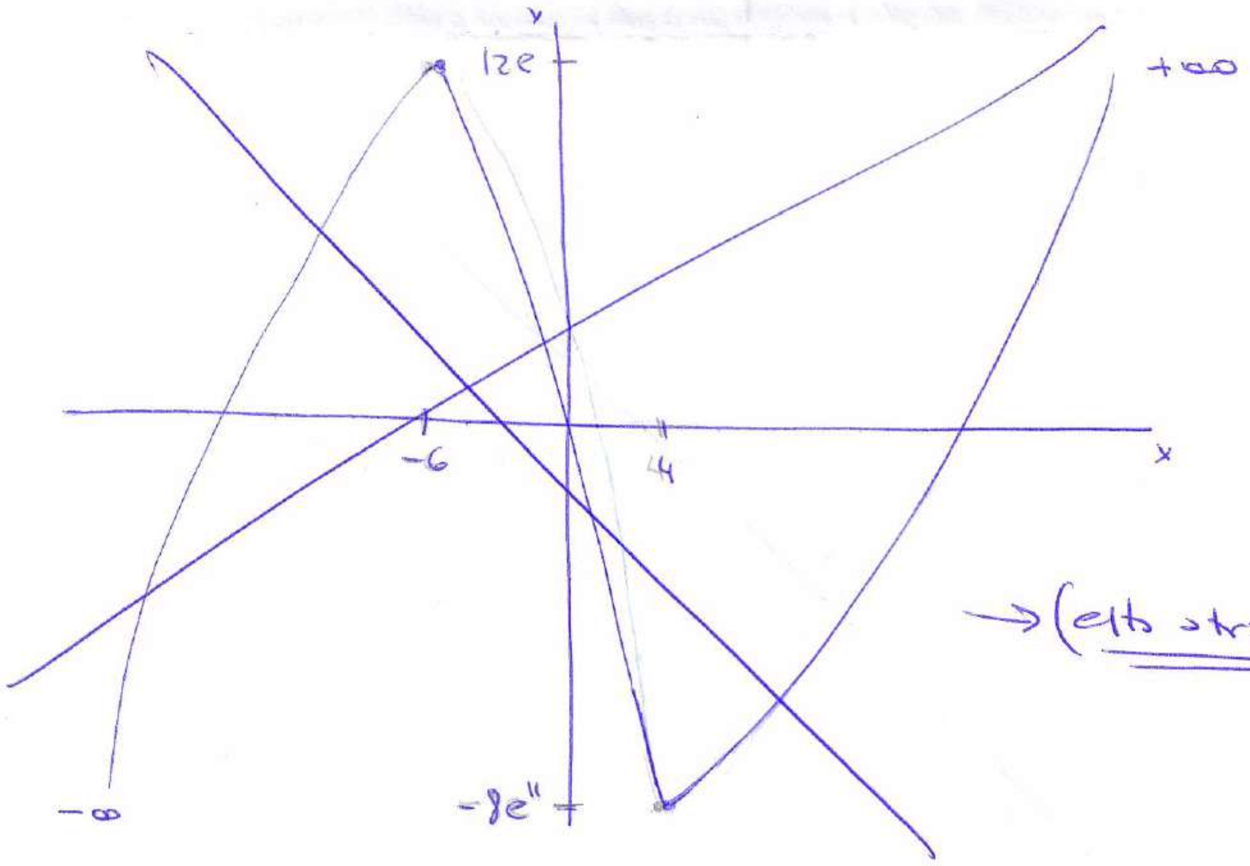
Por Teorema de Bolzano una función continua en un intervalo cerrado no cambia de signo, así que analizo $f'(x)$ en cualquier punto dentro del intervalo.

$$f'(-8) = e^{-8+7}\left((-8)^2 + 2(-8) - 24\right) = e^{-1}.24 > 0$$

$$f'(1) = e^{1+7}\left(1^2 + 2.1 - 24\right) = e^{8}.(-21) < 0$$

$$f'(6) = e^{6+7}\left(6^2 + 2.6 - 24\right) = e^{13}.24 > 0$$

~~Por teorema de Lagrange una función~~



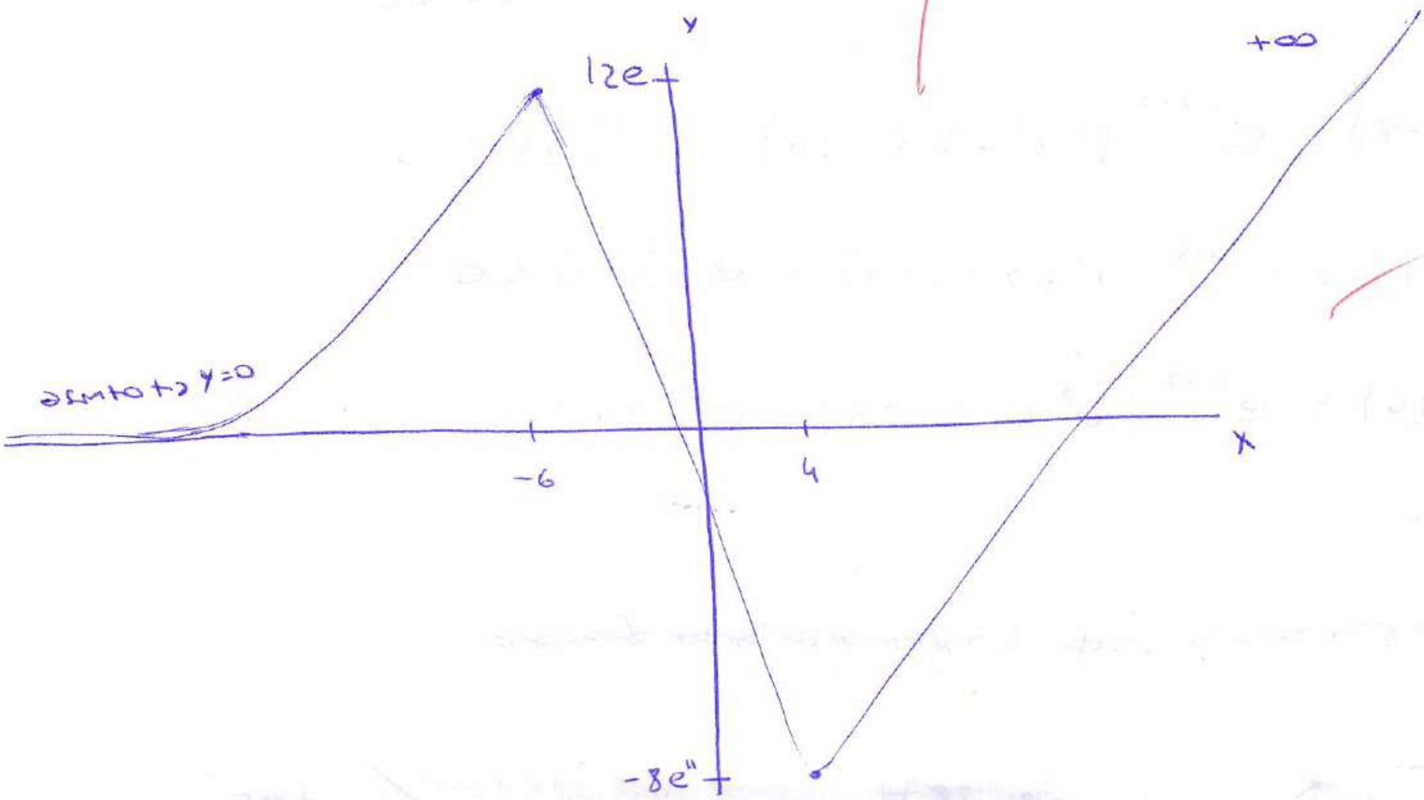
→ (ello otros)

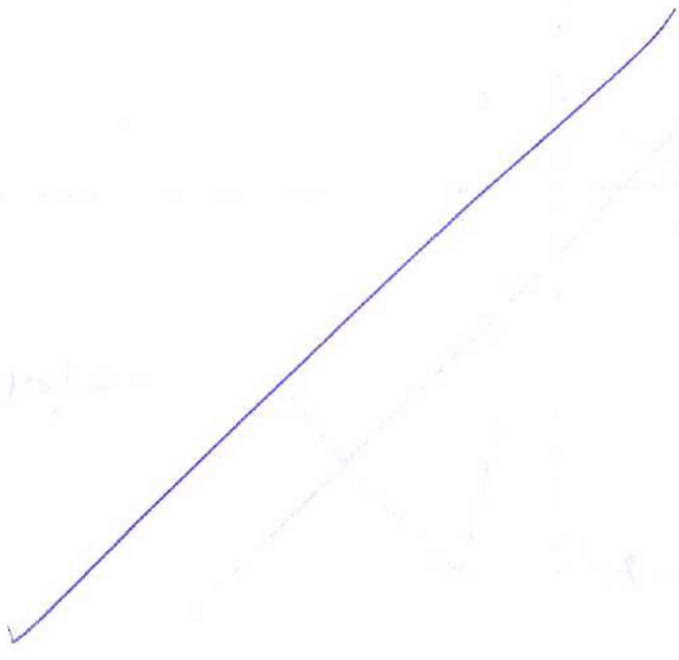
Rta →

Rta = la ecuacion $(x^2-24)e^{x+7} = k$ tiene 1 solucion

cuando $k \in (12e, +\infty)$

$k = -8e^{11}$



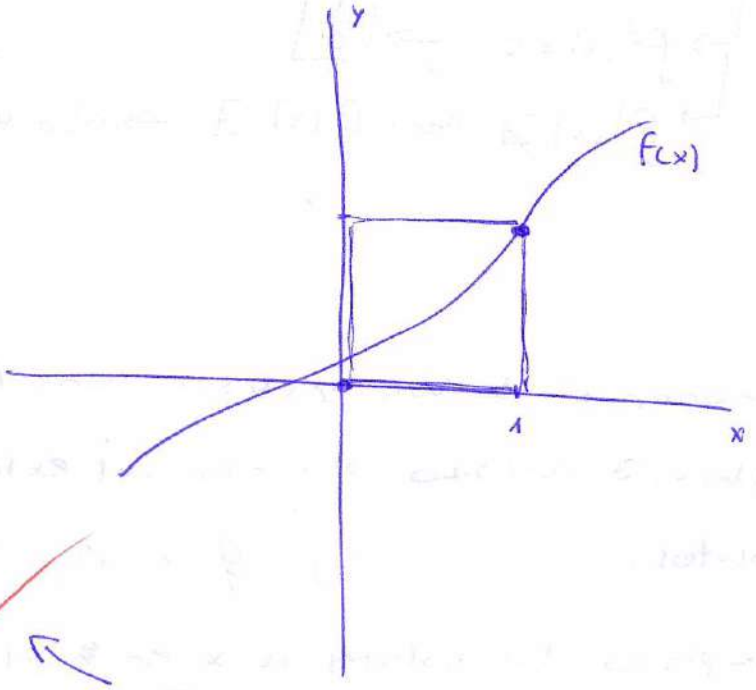


Carla Burlett Laure (5)

(4)

$f(x) = -\cancel{54}\, x^4 + 100$

Dom : $(0,1]$



llamo a la funció $\rho(x)$

$$\boxed{\rho(x) = 2x + 2(-54x^4 + 100)}$$

Perímetro = $2X + 2Y$

$\rho(x) = 2x + 2(-54x^4 + 100)$

$\rho(x) = 2x + 200 - 108x^4$

$$\boxed{\rho(x) = -108x^4 + 2x + 200}$$

$\rho'(x) = 4 \cdot -108x^3 + 2$

$$\boxed{\rho'(x) = -432x^3 + 2}$$ Dom f' = Dom f

$\rho'(x) = 0 \iff$

$-432x^3 + 2 = 0$

$2 = 432x^3$

$\frac{2}{432} = x^3$

$\sqrt[3]{\frac{1}{216}} = x$

$\boxed{\frac{1}{6} = x}$ (està dentro del domini)

P.C. $\to \boxed{1} \to$ Borde del dominio

$\to f'(x) = 0 \to \boxed{\frac{1}{6}}$

$\to f'(x) \nexists$ pero $f(x) \exists \to$ No hay

Por teorema de Weierstrass, una función continua en un intervalo cerrado alcanza sus extremos máximos y mínimos absolutos.

ojo que el intervalo $(0,1]$ No es cerrado.

Reemplazo los valores de x en $f(x)$ para ver en cual alcanza el máximo.

$$f(1) = -108\,x^4 + 2x + 200 =$$

$$f(1) = -108 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1 + 200 = \boxed{94}$$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = -108\left(\tfrac{1}{6}\right)^4 + 2\left(\tfrac{1}{6}\right) + 200 =$$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = -108 \cdot \frac{1}{1296} + \frac{1}{3} + 200 =$$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = -\frac{\cancel{108}^{\,1}}{\cancel{1296}_{\,12}} + \frac{1}{3} + 200 =$$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = -\frac{1}{12} + \frac{4}{12} + 200 =$$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = \frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{12}_{\,4}} + 200 = \boxed{\frac{801}{4}} \; (= 200{,}25) \to \underline{\text{Máximo}}$$

En $x = \frac{1}{6}$ $f(x)$ alcanza su valor máximo

$\longrightarrow$

Reemplazo $\frac{1}{6}$ en $f(x)$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = -54x^4 + 100$$

$$f\left(\tfrac{1}{6}\right) = -54\cdot\left(\tfrac{1}{6}\right)^4 + 100 = \frac{2399}{24}$$

Rta:

el valor máximo se alcanza en $x = \frac{1}{6}$ e $y = \frac{2399}{24}$, por lo tanto el rectángulo de perímetro máximo el apuel ~~en~~ pe ~~[illegible]~~ sus vertices son:

~~[illegible]~~

$(0,0)$;

$\left(\frac{1}{6}, 0\right)$;

$\left(0, \frac{2399}{24}\right)$;

$\left(\frac{1}{6}; \frac{2399}{24}\right)$