

25/09/2024

TEMA 7

Hoja 1 de 4

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	DOCENTE (nombre y apellido):
E-MAIL:	
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Dadas $f(x) = -x + 3$ y $g(x) = kx + 4$. Calcular $k \in \mathbb{R}$ de modo tal que $f(2) = g(2)$.

Para la resolución de este ejercicio utilizaremos los conceptos vistos del tema “Función Lineal”

Si sabemos que $f(2) = g(2)$, entonces en cada una de las expresiones de las funciones reemplazamos a la x por 2, y las igualamos:

$$-2 + 3 = k2 + 4$$

$$2k = -2 + 3 - 4$$

$$2k = -3$$

$$k = \frac{-3}{2}$$

$$k = -\frac{3}{2}$$

2. La función cuadrática $f(x)$ tiene un máximo en $(1; 1)$. Además, se sabe que: $f(0) = -2$. Hallar $f(x)$, luego, determinar los ceros y el conjunto imagen.

Como la función cuadrática que alcanza un máximo en $(1,1)$, ese es su vértice. Entonces si: $f(x) = a(x - h)^2 + k$, queda $f(x) = a(x - 1)^2 + 1$

Como $f(0) = -2$, lo usamos para hallar a .

$$f(0) = a(0 - 1)^2 + 1 = -2$$

$$a(1)^2 + 1 = -2$$

$$a = -3$$

Quedando $f(x) = -3(x - 1)^2 + 1$

Desarrollando el cuadrado resulta:

$$f(x) = -3(x^2 - 2x + 1) + 1$$

$$f(x) = -3x^2 + 6x - 3 + 1$$

$$f(x) = -3x^2 + 6x - 2$$

Para los ceros usamos la fórmula resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = -3$, $b = 6$, $c = -2$ y obtenemos:

$$x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \quad y \quad x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Dado que la parábola tiene un máximo en $(1, 1)$, el valor máximo de $f(x)$ es 1 y como es una parábola que abre hacia abajo (porque $a < 0$), el conjunto imagen es:

$$\text{Imagen}(f) = (-\infty, 1]$$

3. Hallar la factorización del polinomio $Q(x)$ de grado 3 que tiene por raíz doble a $x = 3$, por raíz simple a $x = -5$, y además cumple que $Q(0) = 90$.

Por tener el polinomio una raíz doble en $x=3$ y una raíz simple en $x=-5$,

$$Q(x) = k(x - 3)^2(x + 5)$$

Para calcular el valor de k , consideremos el polinomio evaluado en 0:

$$Q(0) = k(0 - 3)^2(0 + 5)$$

$$90 = k(-3)^2(5)$$

$$90 = k \cdot 9 \cdot 5$$

$$90 : 45 = k$$

$$2 = k$$

Por lo tanto, la factorización del polinomio es:

$$Q(x) = 2(x - 3)^2(x + 5)$$

APELLIDO Y NOMBRE:

DNI:

TEMA 7
Hoja 4 de 4

4. Hallar los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales la función f es negativa, siendo $f(x) = (x - 3)(x^2 - 4x + 3)$.

Para determinar el conjunto de negatividad pedido planteamos la siguiente inecuación:

$$(x - 3)(x^2 - 4x + 3) < 0$$

$$(x - 3)(x - 1)(x - 3) < 0$$

$$(x - 3)^2(x - 1) < 0$$

Considerando que un producto es negativo cuando ambos factores son del mismo signo, y que $(x - 3)^2$ siempre es mayor que cero (positivo) cuando "x" es distinto de 3, resulta necesariamente:

$$x - 1 < 0$$

$$x < 1$$

Solución: $(-\infty; 1)$