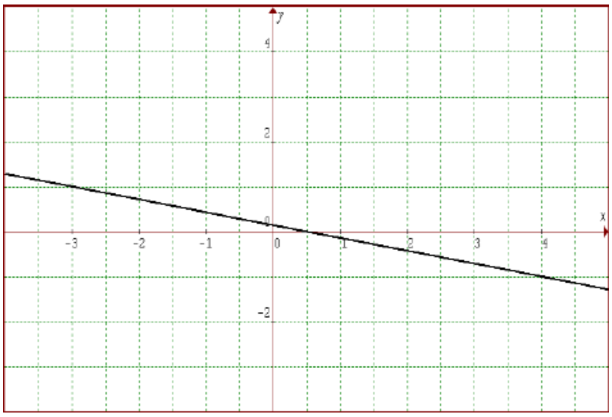
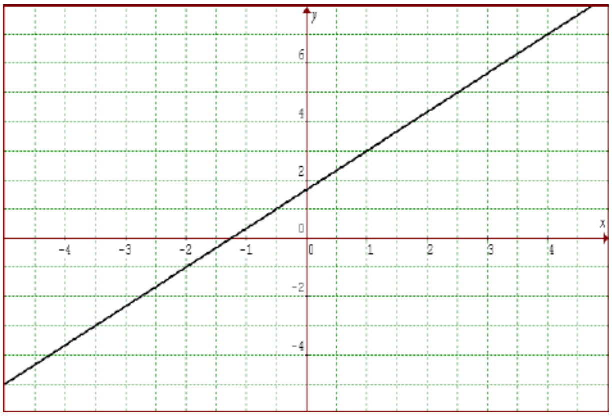
Trabajo Práctico N° 6: Rectas en el plano

1) Hallar las ecuaciones, en todas sus formas, de las rectas definidas gráficamente:

a)



b)



2) Hallar la ecuación de la recta que cumple con las siguientes condiciones y graficarlas:
   a) Pasa por el origen de coordenadas y el punto $\mathrm{P} = (-3, -1)$.
   b) Pasa por el punto $\mathrm{A} = (-1, -2)$ y es paralela a la recta $L_1: y - 3x - 9 = 0$.
   c) Pasa por el punto $\mathrm{B} = (3, -2)$ y tiene un ángulo de inclinación $\theta = 135°$.
   d) Forma sobre el semieje positivo X un segmento de longitud 7 y pasa por el punto de abscisa 4 de la recta $M: 5x + 2y = 30$.
   e) Es perpendicular al segmento que forman los puntos $P = (2\,,1\,)$ y $Q = (-1\,,5\,)$ y pasa por el punto $R = (0\,,-3\,)$.

3) Determinar:
   a) Dos puntos de la recta $L: 3x - 2y - 3 = 0$.
   b) Si los puntos $P = (-3, -1\,)$ y $Q = \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ pertenecen a la recta $M: -2x + y = 4$.
   c) Si los puntos $A = (6, 3\,)$, $B = (-3\,, 3\,)$ y $C = (0\,, -1\,)$ están alineados.

4) Dadas las ecuaciones $ax + (2 - b)y - 23 = 0$ y $(a - 1)x + by + 15 = 0$, hallar los valores de a y b para que representen rectas que se intersecan en el punto $R = (2, -3\,)$.

5) Calcular h y k para que las rectas de ecuaciones $3x + hy + 4 = 0$ y $2x - 4y + k = 0$ sean:
   a) Paralelas   b) Perpendiculares   c) Coincidentes

6) Sean $A = (2, -2)$, $B = (6, -1)$ y $C = (9,\ 3)$ tres puntos de $\mathbb{R}^2$:
   a) Hallar el punto D para que ABCD resulte paralelogramo.
   b) Escribir la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC.

7) Encontrar la ecuación de la *recta mediatriz* del segmento determinado por los puntos $A = (-1, -2)$ y $B = (3, 6)$.

8) Sean los puntos $\mathrm{A} = (-1, -2)$ y $\mathrm{B} = (3, 6)$:
   a) Hallar un punto sobre el eje X que equidiste de los puntos A y B .
   b) Hallar un punto sobre la recta $\mathrm{L}: 2\mathrm{x} - \mathrm{y} + 1 = 0$ que equidiste de los puntos A y B .
   c) Hallar un punto sobre la recta $\mathrm{L}: 2\mathrm{x} + 4\mathrm{y} + 4 = 0$ que equidiste de los puntos A y B . Explicar qué sucede en este caso.

Trabajo Práctico N° 6: Rectas en el plano

d) Hallar, si es posible, un punto del eje y que equidiste de la recta $L: 2x + y - 7 = 0$ y del punto $P = (-2, 2)$.

9) Calcular el ángulo que forman los siguientes pares de rectas:

a) $\begin{cases} L_1: 3x - y + 2 = 0 \\ L_2: 2x + y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} L_1: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \\ L_2: -2x + y + 4 = 0 \end{cases}$

10) Dadas las rectas $L_1: 3x + 5 = 0$ y $L_2: ax + 2y - 1 = 0$. Determinar el valor de "a" de modo que formen un ángulo de 45°. Para dicho valor de "a" graficar ambas rectas.

11) Calcular la distancia de la recta:

a) $L_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}$ al punto $P = (3, 2)$.

b) $L_1: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - t \end{cases}$ a la recta $L_2: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 - t \end{cases}$.

c) $L_1: 2x + 6y - 5 = 0$ a la recta $L_2: x + 4y + 8 = 0$.

12) a) Determinar el o los valores que puede tomar k para que la distancia de la recta $L: -8x + 6y = k$ al punto $P = (1, 1)$ sea $\frac{1}{2}$.

b) Encontrar los puntos de la recta $L_1: y = 3x - 2$ que distan $\sqrt{5}$ unidades de la recta $L_2: -x + 2y - 3 = 0$.

13) Sean el punto $A = (1, -2)$ y la recta $L: (x, y) = \lambda\,(3, 4)\,, \lambda \in \mathbb{R}$,

a) ¿Cuál es el punto de L que se encuentra a menor distancia de P? ¿Cuánto vale dicha distancia?

b) Calcular el vector $\overrightarrow{PA}$. ¿Qué se obtiene al hacer $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{u_L}$? ¿Por qué?

c) Hallar, si es posible, una recta paralela a L que pasa por A y que esté a 4 unidades de distancia de L.

d) Hallar, si es posible, una recta paralela a L que pasa por A y que esté a 2 unidades de distancia de L.

e) ¿Qué conclusiones se pueden sacar después de resolver los incisos d) y c)?

14)

a) Hallar la ecuación de la/s recta/s que tiene pendiente $\left(-\frac{2}{3}\right)$ y forma/n con los ejes coordenados un triángulo de área 24.

b) Hallar los puntos pertenecientes a la recta $L: 5x - y + 6 = 0$ que distan 2 unidades del punto $P = (-3, 1)$.

c) Hallar las rectas paralelas a $L: 3x - 4y - 5 = 0$ que distan 4 unidades del punto $P = (-2,\ 1)$.

d) Hallar las rectas que pasan por $P = (3, 5)$ y forman un ángulo de 30° con $L: 3x - y - 6 = 0$.

e) Hallar todas las rectas que contienen al punto $Q = (3, -2)$ y forman el mismo ángulo con $L_1: \frac{x+3}{2} = y + 2$ y $L_2: 2x - y - 2 = 0$.

15)

a) Calcular el área del triángulo cuyos vértices son $A = (1, 2)$, $B = (4, -1)$ y $C = (5, 2)$.

b) Hallar los vértices de un triángulo isósceles sabiendo que la base está sobre la recta $L: x - y + 1 = 0$, un vértice es $V = (-3, 4)$ y el área del triángulo es 6.

Trabajo Práctico N° 6: Rectas en el plano

16) En cada inciso, encontrar la ecuación del haz de rectas determinado por las condiciones pedidas y graficar tres elementos de la familia indicando el valor del parámetro:
   a) Paralelas a la recta $L: 3y - x = 3$.
   b) Perpendicular a la recta $L: 3x + 2y - 7 = 0$.
   c) Pasan por el punto $P = (4, -2)$.

17) Determinar la propiedad que cumplen todas las rectas de cada uno de los siguientes haces de rectas:

   a) $-3x + 3y + k = 0$
   b) $y = kx - 8$
   c) $y + 2 = k(x - 2)$
   d) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{k} = 1$, $k \neq 0$