

APELLIDO ..... NOMBRES ..... DNI .....

1	2	3	4	NOTA
β	R	M	B	4 (cuatro)

INSCRIPTO EN:

SEDE: AVELLANEDA	DIAS: Ma-Pl-Vi
HORARIO: 7-10 h	AULA: 27

Todos los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Sea  $P$  el polinomio  $P(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{3}x^3 + 6x^2 - \frac{45}{4}$ . Hallar todas las raíces de  $P$  sabiendo que tiene una raíz doble.

2.- Sean  $L : \lambda(1, 1, a) + (16, 5, 20)$  y  $\Pi : x + 2y - z = 2a$ . Determinar  $a \in \mathbb{R}$  para que  $(14, 3, 2) \in L \cap \Pi$ . Para el valor de  $a$  hallado, calcular  $L \cap \Pi$ .

3.- Hallar la proyección de  $P = (1, 1, -1)$  sobre el plano  $\Pi : x - y + 2z = 16$ . Calcular la distancia  $d(P, \Pi)$ .

4.- Hallar todos los valores de  $k$  para los que el sistema

$$\begin{cases} x + (5 - k)y - z = 0 \\ x + 5y - (k + 1)z = 2k \\ kx + ky - kz = 0 \end{cases}$$

sea compatible indeterminado. Para cada valor de  $k$  hallado, resolver el sistema.

$$1) P(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{3}x^3 + 6x^2 - \frac{45}{4}$$

Raíces de P sabiendo que tiene una raíz doble.

$$2) P(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$$

Divisores de 12:  $\{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12\}$

Divisores de 1:  $\{\pm 1\}$

Posibles Raíces:  $\{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12\}$

$$2) P(3) = 3^3 - 7(3)^2 + 12(3) \\ 27 - 63 + 36 = 0$$

Verifíco que se la raíz doble.

$$P(3) = \frac{3^4}{4} - \frac{7}{3}(3)^3 + 6(3)^2 - \frac{45}{4} \\ \frac{81}{4} - 63 + 54 - \frac{45}{4} = 0$$

$x=3$  ES RAÍZ DOBLE

$P(x)$  ES DIVISIBLE POR  $(x-3)(x-3) = x^2 - 6x + 9$

$$\begin{array}{r} \frac{x^4}{4} - \frac{7}{3}x^3 + 6x^2 + 0x - \frac{45}{4} \quad | \quad x^2 - 6x + 9 \\ - \left( \frac{x^4}{4} + \frac{-3}{2}x^3 + \frac{9}{4}x^2 \right) \\ \hline \frac{-5}{6}x^3 + \frac{15}{4}x^2 + 0x - \frac{45}{4} \\ - \left( \frac{-5}{6}x^3 + 5x^2 - \frac{15}{2}x \right) \\ \hline \frac{-5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{45}{4} \\ - \left( \frac{-5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{45}{4} \right) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$P(x) = \left( \frac{x^2}{4} - \frac{5}{6}x - \frac{5}{4} \right) (x-3)(x-3)$$

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{5}{4} = 0 \quad a = \frac{1}{4} \quad b = -\frac{5}{6} \quad c = -\frac{5}{4}$$

~~$$\frac{\frac{5}{4} \pm \sqrt{\frac{25}{36} + \frac{5}{4}}}{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{\frac{5}{6} \pm \sqrt{\frac{35}{18}}}{\frac{1}{4}}$$~~

Multiplico por 12 la expresión

$$3x^2 - 10x - 15 = 0 \quad a = 3 \quad b = -10 \quad c = -15$$

$$\frac{10 \pm \sqrt{100 + 180}}{6} = \frac{10 \pm \sqrt{280}}{6}$$

$$P(x) = \left( x - \left( \frac{10 + \sqrt{280}}{6} \right) \right) \left( x - \left( \frac{10 - \sqrt{280}}{6} \right) \right) (x-3)(x-3)$$

RA: Raíces de  $P(x)$ :

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = \frac{10 + \sqrt{280}}{6}$$

$$RA: \text{ Raíces dobles} \quad x_4 = \frac{10 - \sqrt{280}}{6}$$

$$2) \quad \mathcal{L}: \lambda(1, 1, a) + (16, 5, 20)$$

$$\mathcal{P}: x + 2y - z = 2a$$

$$\mathcal{L}: (\lambda + 16, \lambda + 5, \lambda a + 20)$$

RESPIRADO EN  $\mathcal{P}$

$$\lambda + 16 + 2(\lambda + 5) - \lambda a - 20 = 2a$$

$$\lambda + 16$$

$$S: (14, 3, 2) \in \mathcal{L} \cap \mathcal{P}$$

$$\lambda + 16 = 14 \rightarrow \lambda = -2 \quad \checkmark$$

$$\lambda + 5 = 3 \rightarrow -2 + 5 = 3 \quad \checkmark$$
$$3 = 3$$

$$\lambda a + 20 = 2$$

$$\hookrightarrow -2 \cdot a + 20 = 2$$

$$-2a = -18$$

$$\boxed{a = 9} \quad \checkmark$$

$$\lambda + 16 + 2(\lambda + 5) - \lambda \cdot 9 - 20 = 18$$

$$\lambda + 16 + 2\lambda + 10 - 9\lambda - 20 = 18$$

$$3\lambda - 9\lambda + 6 = 18$$

$$-6\lambda = 12$$

$$\lambda = -2 \quad \checkmark$$

$$\text{Resp: } \mathcal{L} \cap \mathcal{P}: (14, 3, 2)$$

Falta con  $a = 9$  Hallar  
y  $\lambda = -2$

$\mathcal{L} \cap \mathcal{P}$

$$3) P = (1, 1, -1)$$

$$\pi: x - y + 2z = 16$$

$$\pi: (1, -1, 2)(x, y, z) = 16$$

$$N = (1, -1, 2)$$

$$(1, -1, 2)(a, b, c) = 16$$

$$\text{; forget! } (a, b, c) = (2, -2, 6) \quad ??$$

$$\text{Proj}_{\pi}(1, 1, -1) = \frac{((1, 1, -1) - (2, -2, 6))(1, -1, 2)}{6} \cdot (1, -1, 2) + (2, -2, 6)$$

MAL MAL

$$= \frac{(-1, 3, -7) \cdot (1, -1, 2)}{6} \cdot (1, -1, 2) + (2, -2, 6)$$

$$= -3(1, -1, 2) + (2, -2, 6)$$

$$= (-3, 3, -6) + (2, -2, 6)$$

$$\text{Proj}_{\pi}(1, 1, -1) = (-1, 1, 0) \quad \underline{\underline{MAL}}$$

$$d(P, \pi) = \|P - \text{Proj}_{\pi}(P)\|$$

$$d(P, \pi) = \|(1, 1, -1) - (-1, 1, 0)\|$$

$$= \|(2, 0, -1)\| = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}$$

$$\underline{\underline{ETA}}: \sqrt{5} = d(P, \pi) \quad \underline{\underline{MAL}}$$

$$4) \begin{cases} x + (3-k)y - z = 0 \\ x + 5y - (k+1)z = 2k \\ kx + ky - kz = 0 \end{cases}$$

VALORES DE  $k$ , PARA QUE SEA SCI.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3-k & -1 & 0 \\ 1 & 5 & -k-1 & 2k \\ k & k & -k & 0 \end{array} \right)$$

$k \neq 0$  !!

$$\begin{array}{l} \rightarrow F_1 \\ \rightarrow F_2 - F_1 \\ \rightarrow F_3 - kF_1 \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3-k & -1 & 0 \\ 0 & k & -k & 2k \\ 0 & -4k & k^2 & -2k^2 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow F_1 \\ \rightarrow F_2 \\ \rightarrow F_3 + 4F_2 \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3-k & -1 & 0 \\ 0 & k & -k & 2k \\ 0 & 0 & k^2 - 4k & -2k^2 + 8k \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} x + (3-k)y - z = 0 \\ ky - kz = 2k \\ (k^2 - 4k)z = -2k^2 + 8k \end{cases}$$

PARA QUE SEA SCI

$$k^2 - 4k = -2k^2 + 8k$$

$$3k^2 - 12k = 0$$

$$k(3k - 12) = 0$$

~~$k = 0$~~

$$3k - 12 = 0$$

$$3k = 12$$

$$k = 4$$

RESELEVO EL SISTEMA PARA CADA VALOR DE K.

$K=0$ :

$$x + 5y - z = 0 \quad \text{Y LE QUEDA UN PLANO}$$

MAL  
LO DESCARTO

NO !!

$K=4$

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 4y - 4z = 8 \end{cases}$$

$$4y - 4z = 8$$

$$y = \frac{8 + 4z}{4}$$

$$y = 2 + z$$

$$x + 2 + z - z = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$S = (-2, 2 + z, z)$$

$$S = z(0, 1, 1) + (-2, 2, 0)$$

RECTA SOLUCIÓN:

$$L: x = \beta(0, 1, 1) + (-2, 2, 0)$$

RTA: LOS VALORES DE K PARA QUE EL SISTEMA SE COMPATIBLE INDETERMINADO SON: MAL

$K=4$  Y LA RECTA SOLUCIÓN ES:

$$L: x = \beta(0, 1, 1) + (-2, 2, 0)$$

Falta