A ANÁLISIS (ING. Y EX.) (66) 1$^{\text{er}}$ PARCIAL 2$^{\text{do}}$ CUATRIMESTRE DE 2024 Tema 2

APELLI... .... NO. .. DN ...

1	2	3	4	NOTA
B	B	R	B⁻	8(ocho)

INSCRIPTO EN:

SEDE: C. UNIV	DÍAS: LU-MI-JU
HORARIO: 14-17hs	AULA: 213

Duración: 2:30 hs.

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Calcular $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3^{n+1}+\cos(5n)}{2n+3^n}$.

2.- La recta tangente al gráfico de f en el punto $(3, f(3))$ es $y=-2x+8$. Calcular la ecuación de la recta tangente al gráfico de $g(x)=xe^{f(x)-2}$ en el punto de abscisa $x=3$.

3.- Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2\ln x-3x+3}{x-1} & \text{si } x\neq 1\\ 0 & \text{si } x=1\end{cases}$.

Hallar, si existe, $f'(1)$.

4.- Determinar la cantidad de soluciones de la ecuación $\dfrac{768}{x^3}+9x=60$.

9/10

Ejercicio 3:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 \cdot \ln(x) - 3x + 3}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

1°: Veo si f continua en $x=1$, para eso:

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow \exists f(1) \longrightarrow f(1)=0 \\ \rightarrow \exists \lim\limits_{x\to 1} f(x) \longrightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x) \ \exists \\ \rightarrow \lim\limits_{x\to 1} = f(1) \longrightarrow 0 = 0 \end{array}\right\} f \text{ es continua en } x=1$$

Evalúo límites laterales cuando $x \to 1$. En este caso, tanto por izq. como por derecha es lo mismo entonces calculo solo 1.

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{3x^2 \cdot \ln(x) - 3x + 3}{x-1} = \frac{0}{0} \Big\{ \text{Indeterminación } \text{"}\frac{0}{0}\text{"}$$

L'H

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{\overbrace{6x \cdot \ln(x)}^{\to 0} + \overbrace{3x^2 \cdot \frac{1}{x}}^{\to 3} - 3}{1} = \frac{0}{1} = 0$$

2°: Veo si f es derivable con el cociente incremental

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \text{ , mi } x_0 \text{ es } 1$$

*lo mantengo afuera porque es una cons.

$$\lim_{h\to 0} \frac{\dfrac{3 \cdot (1+h)^2 \cdot \ln(1+h) - 3 \cdot (1+h) + 3}{(1+h) - 1} - 0}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{3 \cdot (1+h)^2 \cdot \ln(1+h) \cancel{-3} - 3h \cancel{+3}}{h^2} = \frac{0}{0} \Big\{ \text{Indeterminación } \text{"}\frac{0}{0}\text{"}$$

L'H

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3 \cdot \left[\overbrace{2 \cdot \ln(1+h) + (1+h) \cdot \frac{1}{1+h}}^{\to 2} \right] - 3}{2h} = \frac{0}{0} \Big\{ \text{Indeterminación } \text{"}\frac{0}{0}\text{"}$$

L'H

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3 \cdot \overbrace{\left(\frac{1}{1+h}\right)}^{\to 1} - 0}{2} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

(Rta del otro lado)

resolviste otro problema

Rta: $f'(1) = 3/2$

Ejercicio 4: Determinar cuántas soluciones tiene:

$$\underbrace{\frac{768}{x^3} + 9x}_{f(x)} = 60$$

• Hago un análisis de mi función para poder hacer un gráfico aproximado.

→ $Dom(f) = x^3 \neq 0 \Rightarrow Dom(f)\ \mathbb{R} - \{0\}$

→ $f'(x) = \dfrac{0 \cdot x^3 - 768 \cdot 3x^2}{(x^3)^2} + 9 = \dfrac{-2304x^2}{x^6} + 9 = \dfrac{-2304}{x^4} + 9$

$Dom(f') = \mathbb{R} - \{0\}$

→ $f'(x) = 0$

$\dfrac{-2304}{x^4} + 9 = 0 \;;\; -2304 = -9x^4 \;;\; 256 = x^4 \;;\; |x| = 4 \rightarrow x = 4,\; x = -4$

	$(-\infty; -4)$ [$x=-5$]	-4	$(-4; 0)$ [$x=-1$]	0	$(0; 4)$ [$x=1$]	4	$(4; +\infty)$ [$x=5$]
f'	+	0	−	AV	−	0	+
f	↗	Máx local	↘	AV	↘	Mín local	↗

$f'(-5) > 0$ | $f(-4) = -228$

$f'(-1) < 0$ | $f(4) = 228$

$f'(1) < 0$

$f'(5) > 0$

→ lím AV:

$\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{768}{x^3} + 9x = +\infty \;\Big|\; \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{768}{x^3} + 9x = -\infty$ } Hay AV en $x=0$

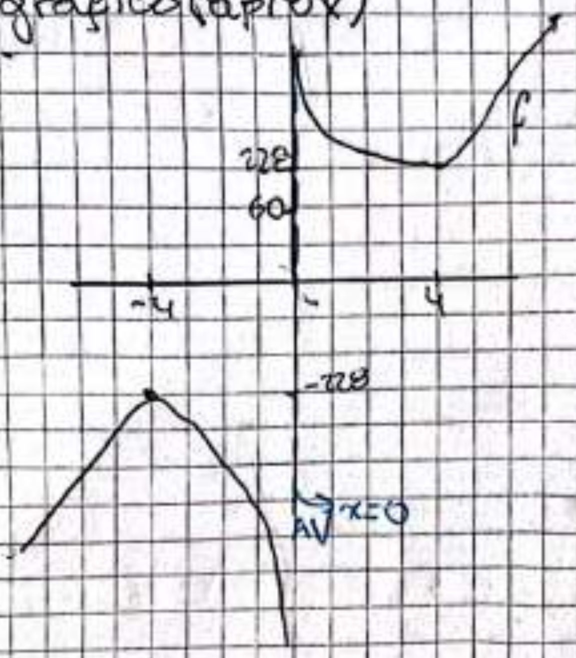
→ AH

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{768}{x^3} + 9x = 0 + \infty = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{768}{x^3} + 9x = 0 - \infty = -\infty$

} No hay AH

gráfico (aprox)



Viendo el gráfico, la función nunca vale 60.

Incorrecto por error en ⊛

Rta: La ecuación $\frac{768}{x^3}+9x=60$ ~~nunca~~ Tiene 0 soluciones

Ejercicio 1:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3^{n+1}+\cos(5n)}{2n+3^n} \quad \text{\} lo reescribo}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3^n\cdot 3+\cos(5n)}{2n+3^n} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{\{ Indeterminación } ``\frac{\infty}{\infty}"$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cancel{3^n}\cdot\left(3+\frac{\cos(5n)}{3^n}\right)^{*_1}}{\cancel{3^n}\cdot\left(1+\frac{2n}{3^n}\right)_{*_2}} = \boxed{3}$$

$$*_1 \lim_{n\to+\infty} \underbrace{\frac{1}{3^n}}_{\to 0}\cdot \underbrace{\cos(5n)}_{\text{acotada}} = 0$$

$*_2$ Aplico cauchy

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{2n}{3^n}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{2n}}{\sqrt[n]{3^n}} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\overset{*}{\sqrt[n]{2}}\ \overset{\to 1}{\sqrt[n]{n}}}{3} = \left[\frac{1}{3} = L\right] \to \text{como } 0<L<1, \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{3^n}} = 0$$

$$* \ 2^{\overset{\to 0}{1/n}} = 1$$

Rta: $\lim_{n\to+\infty} \frac{3^{n+1}+\cos(5n)}{2n+3^n} = 3$

Ejercicio 2:

~~Recta~~ recta tg de f en $(3, f(3))$ es $y = -2x + 8$

¿~~Recta~~ recta tg de $g(x) = x \cdot e^{f(x)-2}$ en $x = 3$? → Va a tener la pinta

$y = ax + b \rightarrow y = g'(3) \cdot x + b$

$y = -2x + 8 \longrightarrow f(3) = -2 \cdot (3) + 8 = 2$

$f'(3)$

$g(x) = x \cdot e^{f(x)-2}$

$g'(x) = 1 \cdot e^{f(x)-2} + x \cdot e^{f(x)-2} \cdot f'(x)$

$g(3) = 3 \cdot e^{f(3)-2} = 3 \cdot e^{2-2} = 3$

$g'(3) = 1 \cdot e^{f(3)-2} + 3 \cdot e^{f(3)-2} \cdot f'(3) = e^0 + 3 \cdot e^0 \cdot (-2) = 1 + 3 \cdot (-2) = -5$

• Averiguo b

$g(3) = \underbrace{-5 \cdot 3}_{-15} + b$

$3 + 15 = b$

$\boxed{b = 18}$

Rta: La ecuación de la recta tangente al gráfico de g en el punto de abscisa $x = 3$ es $y = -5x + 18$.