C ÁLGEBRA A (62) 2^{do} PARCIAL 2^{do} CUATRIMESTRE DE 2018 **Tema 2**

APELLIDO .... **NOMBRES** .... **DNI** ....

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:	HORARIO:	AULA:

NOTA del 1^{er} parcial: 7

1	2	3	4	NOTA
R	B	M+	B=	6(seis)

PROMOCIONA 7(siete)	~~RECUPERA~~ 20/11/18 a las 10 hs.
~~INSUFICIENTE~~	~~FINAL~~ 27/11/18 ó 03/12/18 10 hs.

CORRECTOR:...

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ 2 & 0 & k \\ 1 & 0 & 3k \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que $\det(C) = 9$. Hallar $k \in \mathbb{R}$ para que $\det(3.C^{-1}(A+2B)) = 27$.

2.- Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal resultante de aplicar un deslizamiento cortante en la dirección x de factor k_1, seguida de una rotación de ángulo $\frac{\pi}{3}$ en el sentido contrario a la agujas del reloj y, por último, un deslizamiento cortante en dirección y de factor k_2. hallar k_1 y k_2 para que $T(2,4) = (1, \sqrt{3}+14)$.

3.- Dados en $\mathbb{R}^3$ los subespacios $\mathbb{S}_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}\}$ y $\mathbb{S}_2 = \langle (1,0,1), (0,-1,2) \rangle$, hallar si es posible una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que cumpla simultáneamente $\mathrm{Nu}(T) = \mathbb{S}_1$ y $\mathrm{Nu}(T \circ T) = \mathbb{S}_2$.

4.- Se sabe que el centro de la elipse dada por la ecuación $9x^2 + \alpha x + y^2 + \beta y + 96 = 0$ es $(3,4)$. Hallar α, β y las coordenadas de sus focos.

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ 2 & 0 & k \\ 1 & 0 & 3k \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ $\det(C) = 9$

Hallar k para $\det\left(3 \cdot C^{-1} \cdot (A + 2B)\right) = 27$

$\det(3C^{-1}) \cdot \det(A+2B) = 27$

$\det\left(3 \frac{1}{\det C}\right) \cdot \det(A+2B) = 27$

$\downarrow$

$\cancel{\det\left(3 \cdot \frac{1}{C \cdot 9}\right)}$

$\frac{1}{3} \cdot \det(A+2B) = 27$

Calculo $\det(A+2B)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ 2 & 0 & k \\ 1 & 0 & 3k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & 2 & k+2 \\ 3 & 0 & 3k \end{pmatrix} \overset{C_1}{=} \checkmark$$

$$1(-1)^{2} \begin{vmatrix} 2 & k+2 \\ 0 & 3k \end{vmatrix} + 3(-1)^{4} \begin{vmatrix} 1 & k \\ 2 & k+2 \end{vmatrix} =$$

$(6k) + 3(k+2-2k)$

$(6k) + 3(2-k)$

$6k + 6 - 3k = \boxed{6+3k}$ ✓

$\frac{1}{3} \cdot (6+3k) = 27$

$2 + k = 27$

$\boxed{k = 25}$ mal

Para $k = 25$ se cumple $\det(3C^{-1}(A+2B)) = 27$

2) $T\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

T_1) Deslizamiento cortante dirección x, factor K_1

T_2) Rotación $\frac{\pi}{3}$ antihorario

T_3) Deslizamiento cortante dirección y factor K_2

Hallar k_1 y K_2

• $T(2,4) = (1, \sqrt{3}+4)$

• $A_T = A_{T_3} A_{T_2} A_{T_1}$

$$A_{T_1} = \begin{pmatrix} 1 & k_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_{T_2} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{3} & -\operatorname{sen}\frac{\pi}{3} \\ \operatorname{sen}\frac{\pi}{3} & \cos\frac{\pi}{3} \end{pmatrix} \quad A_{T_3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_2 & 1 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$A_{T_2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

• Tomo $A = \frac{1}{2}$ $B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$A_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & -B \\ B & A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & k_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & AK_1 - B \\ B & BK_1 + A \end{pmatrix} = \checkmark$$

$$A_T = \begin{pmatrix} A & AK_1 - B \\ AK_2 + B & AK_2K_1 - BK_2 + BK_1 + A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3}+4 \end{pmatrix} \checkmark$$

$A = \frac{1}{2} \quad B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{pmatrix} 2A + 4(AK_1 - B) \\ 2AK_2 + 2B + 4(AK_2 K_1 - BK_2 + BK_1 + A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} + 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2A + 4AK_1 - 4B = 1 \longrightarrow K_1 = \dfrac{1 + 4B - 2A}{4A} = \dfrac{1 + 4(\sqrt{3}/2) - 2\cdot(1/2)}{4\,(1/2)} \Rightarrow \boxed{K_1 = \sqrt{3}} \\ 2AK_2 + 2B + 4AK_2K_1 - 4BK_2 + 4BK_1 + 4A = \sqrt{3} + 14 \end{cases}$$

$$2AK_2 + 4AK_2 \cdot K_1 - 4BK_2 = \sqrt{3} + 14 - 2B - 4A - 4BK_1$$

$$K_2\,(2A + 4AK_1 - 4B) = \sqrt{3} + 14 - 2B - 4A - 4BK_1$$

Reemplazo

$$K_2 = \frac{\sqrt{3} + 14 - 2B - 4A - 4BK_1}{(2A + 4AK_1 - 4B)} = \frac{6}{1} = \boxed{K_2 = 6}$$

$K_1 = \sqrt{3}$ y $K_2 = 6$ para que $T(2,4) = (1, \sqrt{3} + 14)$

$\frac{x}{4}$ 36 $\frac{}{4}$ -96

ElipSE

CENTRO = (3,4) HALLAR α y β y FOCOS

$\alpha \to A$, $\beta \to B$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$9x^2 + Ax + y^2 + By + 96 = 0$$

$$9\left(x^2 + \frac{A}{9}x\right) + (y^2 + By) + 96 = 0$$

$$9\left[\left(x + \frac{A}{18}\right)^2 - \left(\frac{A}{18}\right)^2\right] + \left[\left(y + \frac{B}{2}\right)^2 - \left(\frac{B}{2}\right)^2\right] + 96 = 0$$

$$9\left(x + \frac{A}{18}\right)^2 - 9\left(\frac{A}{18}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 - \left(\frac{B}{2}\right)^2 + 96 = 0$$

$$9\left(x + \frac{A}{18}\right)^2 + \left(y + B/2\right)^2 = -96 + 9\left(\frac{A}{18}\right)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2$$

$$= -96 + \frac{A^2}{36} + \frac{B^2}{4}$$

$$9\left(x + \frac{A}{18}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = \frac{-384 + 1/9 \cdot A^2 + B^2}{4}$$

$$\frac{(x + A/18)^2}{\frac{-384 + 1/9\, A^2 + B^2}{36}} + \frac{(y + B/2)^2}{\frac{-384 + 1/9 \cdot A^2 + B^2}{4}} = 1$$

CENTRO (3,4)

$$C = \left(-A/18,\ -B/2\right)$$

$$\frac{(x-3)^2}{\left(\frac{4}{36}\right)} + \frac{(y-4)^2}{\left(\frac{4}{4}\right)} = 1$$

$\frac{-A}{18} = 3$ y $\frac{-B}{2} = 4$

$A = -54$ $\quad$ $B = -8$

$\boxed{\alpha = -54}$ $\quad$ $\boxed{\beta = -8}$

$b^2 = \frac{1}{9}$ $\quad$ $a^2 = 1$

$\frac{x}{4}$ $1/36$

$F_1 = (h + c,\ k)$ $\quad$ $F_2 = (h - c,\ k)$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$c^2 = 1^2 - \frac{1}{9}$$

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{8}{9}}}$$

- $F_1 = \left(3 + \sqrt{\frac{8}{9}},\ 4\right)$ mal $\quad F_1 = \left(3,\ 4 + \sqrt{\frac{8}{9}}\right)$
- $F_2 = \left(3 - \sqrt{8/9},\ 4\right)$ $\quad F_2 = \left(3,\ 4 - \sqrt{8/9}\right)$