A **MATEMÁTICA (51)** **Segundo Parcial** **1er cuatrimestre de 2024** **Tema 4**

Apellido____________________ **Nombres**____________________ **DNI**__________

1	2	3	4	NOTA
B	B	B	B	10(diez)

INSCRIPTO EN:

SEDE		DIAS:	
HORARIO:		AULA:	

10(diez)

PROMUEVE	RECUPERA
INSUF	FINAL

NOTA DEL PRIMER PARCIAL: 10

En cada ejercicio, escriba los razonamientos que justifican la respuesta.

Atrás ⟶

A **Tema 4**

1. Sea $f(x) = 6 + e^{4x^2-20x}$. Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(5, f(5))$.

2. Sea $f(x) = \dfrac{x^2+49}{x}$. Hallar el dominio y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

3. Calcular $\int(2x+5)e^{x^2+5x}dx$.

4. Calcular el área de la región comprendida entre el gráfico de de $f(x) = 3x^2 - 3x - 6$ y el eje x para $1 \leq x \leq 3$.

① $f(x) = 6 + e^{4x^2 - 20x}$ $\qquad P(5, f(5))$

$$\circ\ f'(x) = [6 + e^{4x^2-20x}]'$$
$$= [6]' + [e^{4x^2-20x}]'$$
$$= 0 + (e^{4x^2-20x} \cdot [4x^2 - 20x]')$$
$$= e^{4x^2-20x} \cdot ([4x^2] - [20x]')$$
$$= e^{4x^2-20x} \cdot (4[x^2] - 20)$$
$$= e^{4x^2-20x} \cdot (4 \cdot 2x - 20)$$
$$= e^{4x^2-20x} \cdot (8x - 20)$$

$$\circ\ f'(5) = e^{4(5)^2 - 20(5)} \cdot (8(5) - 20)$$
$$= e^{4 \cdot 25 - 100} \cdot (40 - 20)$$
$$= e^{100-100} \cdot 20$$
$$= e^0 \cdot 20$$
$$= 1 \cdot 20 = 20$$

$$y_{RT} = 20x + b$$

$$\circ\ f(5) = 6 + e^{4 \cdot (5)^2 - 20(5)}$$
$$= 6 + e^0$$
$$= 6 + 1$$
$$= 7 \longrightarrow P(5, 7)$$

$$\circ\ y_{RT} = 20x + b$$
$$7 = 20(5) + b$$
$$7 - 100 = b$$
$$-93 = b$$

RPTA: $y_{RT} = 20x - 93$ //

② $f(x) = \dfrac{x^2+49}{x}$

- $\text{Dom}\, f = \text{Dom}\, f' = \mathbb{R} - \{0\} \qquad x \neq 0$

- $f'(x) = \left[\dfrac{x^2+49}{x}\right]' = \dfrac{[x^2+49]' \cdot (x) - (x^2+49)\,[x]'}{x^2}$

$= \dfrac{[x^2]' + [49]' \cdot (x) - (x^2+49) \cdot 1}{x^2}$

$= \dfrac{(2x+0) \cdot (x) - (x^2+49)}{x^2}$

$= \dfrac{(2x)(x) - x^2 - 49}{x^2}$

$= \dfrac{2x^2 - x^2 - 49}{x^2} = \dfrac{x^2-49}{x^2}$

- Puntos Críticos : $f'(x) = 0$

$\dfrac{x^2-49}{x^2} = 0$

$x^2 - 49 = 0$

$x^2 = 49$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{49}$

$|x| = 7 \rightarrow x = -7$, $x = 7$

P. C = $\{-7 ; 7\}$

$-\infty \qquad -7 \qquad 0 \qquad 7 \qquad +\infty$

- Aplicando Teorema de Bolzano : f es continua .

	$(-\infty;-7)$	-7	$(-7;0)$	0	$(0;7)$	7	$(7;+\infty)$
$f(x)$	↗	M	↘		↘	m	↗
$f'(x)$	+	0	−		−	0	+

$f'(x) = \dfrac{x^2-49}{x^2}$

$f'_{(-8)} = \dfrac{+}{+} = +$

$f'_{(-1)} = \dfrac{-}{+} = -$

$f'_{(1)} = \dfrac{-}{+} = -$

$f'_{(8)} = \dfrac{+}{+} = +$

$I_C \begin{cases} (-\infty;-7) \\ (7;+\infty) \end{cases} \qquad I_D \begin{cases} (-7;0) \\ (0;7) \end{cases}$

MAX en $x = -7$ min en $x = 7$

RPTA: $\text{Dom}\, f = \text{Dom}\, f' = \mathbb{R} - \{0\}$

$I_C \begin{cases} (-\infty;-7) \\ (7;+\infty) \end{cases}$

$I_D \begin{cases} (-7;0) \\ (0;7) \end{cases}$

③ $\int (2x+5) \cdot e^{x^2+5x} \cdot dx$

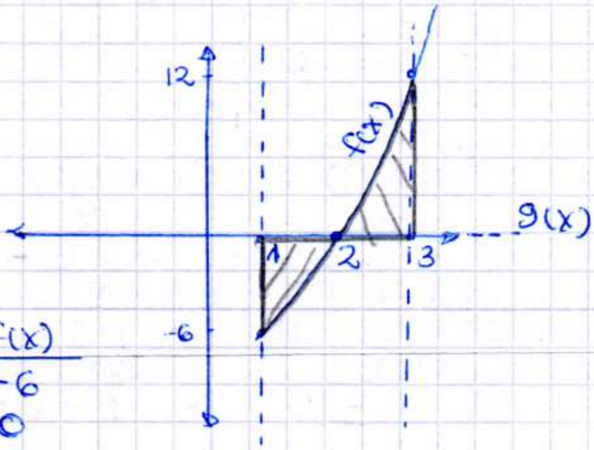
· Metodo de sustitución: $z = x^2 + 5x$

$$dz = [x^2 + 5x] \cdot dx$$
$$dz = [x^2]' + [5x]' \cdot dx$$
$$dz = (2x+5) \cdot dx$$

$$\int e^z \cdot dz$$
$$e^z + C$$
$$e^{x^2+5x} + C$$

RPTA: $e^{x^2+5x} + C$

④ $\begin{cases} f(x) = 3x^2 - 3x - 6 \\ \text{Eje } X \quad g(x) = 0 \\ x = 1 \ \text{ y } \ x = 3 \end{cases}$



$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$
$$3x^2 - 3x = 6$$
$$3(x^2 - x) = 6$$
$$x^2 - x = \frac{6}{3}$$
$$x(x-1) = 2$$
$$x = 2$$

x	f(x)
1	-6
2	0
3	12

Teorema de Barrow

$$A = \int_1^2 0 - (3x^2 - 3x - 6) + \int_2^3 (3x^2 - 3x - 6) - 0$$
$$A = \int_1^2 -3x^2 + 3x + 6 + \int_2^3 3x^2 - 3x - 6$$

$$\int -3x^2 + 3x + 6$$
$$\int -3x^2 \cdot dx + \int 3x \cdot dx + \int 6 \cdot dx$$
$$-3 \int x^2 \cdot dx + 3 \int x \cdot dx + 6x + C_1$$
$$-\cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} x^3 + 3 \cdot \frac{1}{2} x^2 + 6x + C_1$$

$$\int 3x^2 - 3x - 6$$
$$\int 3x^2 \cdot dx - \int 3x \cdot dx - \int 6 \cdot dx$$
$$3 \int x^2 \cdot dx - 3 \int x \cdot dx - 6x + C_2$$
$$\cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} x^3 - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 - 6x + C_2$$

$$A = -x^3 + \frac{3}{2} x^2 + 6x \Big|_1^2 + x^3 - \frac{3}{2} x^2 - 6x \Big|_2^3$$

$$-x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x \Big|_1^2$$

$$-(2)^3 + \frac{3}{2}(2)^2 + 6(2) - \left(-(1)^3 + \frac{3}{2}(1)^2 + 6(1)\right)$$

$$-8 + \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4}^{2} + 12 - \left(-1 + \frac{3}{2} + 6\right)$$

$$-8 + 6 + 12 - \left(\frac{-2 + 3 + 12}{2}\right)$$

$$10 - \left(\frac{13}{2}\right)$$

$$10 - \frac{13}{2} = \frac{20 - 13}{2} = \frac{7}{2}$$

$$x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x \Big|_2^3$$

$$(3)^3 - \frac{3}{2}(3)^2 - 6(3) - \left((2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 - 6(2)\right)$$

$$27 - \frac{3}{2} \cdot 9 - 18 - \left(8 - \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4}^{2} - 12\right)$$

$$27 - \frac{27}{2} - 18 - (8 - 6 - 12)$$

$$\frac{54 - 27 - 36}{2} - (-10)$$

$$-\frac{9}{2} + 10 = \frac{-9 + 20}{2} = \frac{11}{2}$$

$$A = \frac{7}{2} + \frac{11}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

RPTA: 9