



**MATEMÁTICA**  
**CLAVE DE CORRECCIÓN**  
**PRIMER TURNO – TEMA 4**  
**26/09/2018**

**Ejercicio 1 (2 puntos)**

Hallar, de existir, las raíces de la función

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

siendo

$$f(x) = x^2 + 2x \quad ; \quad g(x) = 3x - 1$$

**Resolución:**

Hallamos  $f \circ g(x)$  componiendo ambas funciones:

$$f(g(x)) = (3x - 1)^2 + 2(3x - 1) = 9x^2 - 6x + 1 + 6x - 2 = 9x^2 - 1$$

Luego buscamos las raíces:

$$9x^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = \frac{1}{9} \quad \Leftrightarrow \quad |x| = \frac{1}{3}$$

La respuesta entonces es:

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{ó} \quad x = -\frac{1}{3}$$



**Ejercicio 2 (3 puntos)**

En un laboratorio se mide la temperatura de un gas sometido a variaciones de presión durante seis minutos. La fórmula de la función que permite calcular la temperatura (en °C) conocido el tiempo transcurrido (en minutos) es

$$F(t) = t^3 - 6t^2 + 5t \quad 0 \leq t \leq 6$$

Determinar para que valores de  $t$  la temperatura es menor a  $0^\circ\text{C}$ .

**Resolución:**

Debemos encontrar los valores de  $t \in [0; 6]$  para los cuales se cumple que

$$F(t) = t^3 - 6t^2 + 5t < 0$$

Podemos por ejemplo buscar primero las raíces del polinomio, y aplicar el método de Bolzano para hallar los intervalos de negatividad de la función.

Notemos que

$$t^3 - 6t^2 + 5t = t \cdot (t^2 - 6t + 5)$$

Una de las raíces es entonces  $t = 0$ .

Las raíces de  $t^2 - 6t + 5$  se obtienen a partir de la resolvente

$$t_{1;2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

Obtenemos,

$$t_1 = 5 \quad t_2 = 1$$

Aplicando, por ejemplo, el método de Bolzano, obtenemos los intervalos de positividad y negatividad dentro del intervalo  $[0; 6]$ :

$t$	0	(0;1)	1	(1; 5)	5	(5;6)
$F(t)$	0	+	0	-	0	+

Por lo tanto la temperatura será menor a cero grados en el intervalo (1; 5)



### Ejercicio 3 (2 puntos)

Hallar las coordenadas  $(x; y)$  del punto de intersección de las gráficas de las funciones

$f(x) = 2x + 6$  y  $g(x)$  siendo  $g$  una función lineal que cumple que  $g(2) = 7$  y  $g(3) = 12$

#### Resolución:

Primero hallamos los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de la función lineal  $g(x) = ax + b$  planteando dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$g(2) = a \cdot 2 + b = 7$$

$$g(3) = a \cdot 3 + b = 12$$

Al resolverlas obtenemos que  $g(x) = 5x - 3$ .

Para hallar la intersección de las gráficas de ambas funciones planteamos hallar los valores de  $x$  tales que  $f(x) = g(x)$ , o sea:

$$2x + 6 = 5x - 3$$

Al despejar la incógnita  $x$  obtenemos:

$$x = 3$$

Para hallar la coordenada  $y$  basta con especializar en una de las dos funciones este valor  $x = 3$ .

Elegimos, por ejemplo,  $f(x)$  y obtenemos:

$$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 6 = 12$$

Por lo tanto la respuesta es  $(x; y) = (3; 12)$



**Ejercicio 4 (3 puntos)**

Dados los conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 6| \leq 12\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{1 + |x|} < 1\right\}$$

**Resolución:**

Primero buscamos cuales son los valores de la recta real que pertenecen al conjunto A:

$$|2x - 6| \leq 12 \Leftrightarrow -12 \leq 2x - 6 \leq 12 \Leftrightarrow -6 \leq 2x \leq 18 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 9$$

O sea,  $x \in [-3; 9]$

Ahora para el conjunto B:

$$\frac{3}{1 + |x|} < 1 \Leftrightarrow 3 < 1 + |x| \Leftrightarrow |x| > 2 \Leftrightarrow x > 2 \quad \text{ó} \quad x < -2$$

O sea,  $x \in (2; +\infty)$  ó  $x \in (-\infty; -2)$

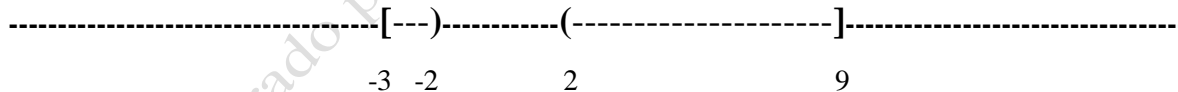
que es lo mismo que  $x \in (2; +\infty) \cup (-\infty; -2)$

Por lo tanto,

$$A \cap B = [-3; 9] \cap [(2; +\infty) \cup (-\infty; -2)]$$

$$A \cap B = [-3; -2) \cup (2; 9]$$

Gráficamente en la recta real:



Material elaborado por la Cátedra de Matemática - UBAXXI



**MATEMÁTICA**  
**CLAVE DE CORRECCIÓN**  
**PRIMER TURNO – TEMA 1**  
**26/09/2018**

**Ejercicio 1 (2 puntos)**

Hallar las coordenadas  $(x; y)$  del punto de intersección de las gráficas de las funciones

$f(x) = 2x + 6$  y  $g(x)$  siendo  $g$  una función lineal que cumple que  $g(2) = 7$  y  $g(3) = 12$

**Resolución:**

Primero hallamos los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de la función lineal  $g(x) = ax + b$  planteando dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$g(2) = a \cdot 2 + b = 7$$

$$g(3) = a \cdot 3 + b = 12$$

Al resolverlas obtenemos que  $g(x) = 5x - 3$ .

Para hallar la intersección de las gráficas de ambas funciones planteamos hallar los valores de  $x$  tales que  $f(x) = g(x)$ , o sea:

$$2x + 6 = 5x - 3$$

Al despejar la incógnita  $x$  obtenemos:

$$x = 3$$

Para hallar la coordenada  $y$  basta con especializar en una de las dos funciones este valor  $x = 3$ .

Elegimos por ejemplo  $f(x)$  y obtenemos:

$$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 6 = 12$$

Por lo tanto la respuesta es  $(x; y) = (3; 12)$



### Ejercicio 2 (3 puntos)

Dados los conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 6| \leq 12\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{1 + |x|} < 1\right\}$$

#### Resolución:

Primero buscamos cuales son los valores de la recta real que pertenecen al conjunto A:

$$|2x - 6| \leq 12 \Leftrightarrow -12 \leq 2x - 6 \leq 12 \Leftrightarrow -6 \leq 2x \leq 18 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 9$$

O sea,  $x \in [-3; 9]$

Ahora para el conjunto B:

$$\frac{3}{1 + |x|} < 1 \Leftrightarrow 3 < 1 + |x| \Leftrightarrow |x| > 2 \Leftrightarrow x > 2 \quad \text{ó} \quad x < -2$$

O sea,  $x \in (2; +\infty)$  ó  $x \in (-\infty; -2)$

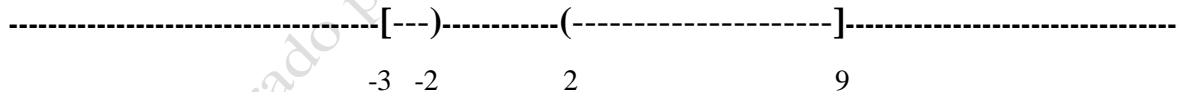
que es lo mismo que  $x \in (2; +\infty) \cup (-\infty; -2)$

Por lo tanto,

$$A \cap B = [-3; 9] \cap [(2; +\infty) \cup (-\infty; -2)]$$

$$A \cap B = [-3; -2) \cup (2; 9]$$

Gráficamente en la recta real:



Material elaborado por la Cátedra de Matemática - UBAXXI



### Ejercicio 3 (2 puntos)

Hallar, de existir, las raíces de la función

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

siendo

$$f(x) = x^2 + 2x \quad ; \quad g(x) = 3x - 1$$

### Resolución:

Hallamos  $f \circ g(x)$  componiendo ambas funciones:

$$f(g(x)) = (3x - 1)^2 + 2(3x - 1) = 9x^2 - 6x + 1 + 6x - 2 = 9x^2 - 1$$

Luego buscamos las raíces:

$$9x^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = \frac{1}{9} \quad \Leftrightarrow \quad |x| = \frac{1}{3}$$

La respuesta entonces es:

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{ó} \quad x = -\frac{1}{3}$$

### Ejercicio 4 (3 puntos)

En un laboratorio se mide la temperatura de un gas sometido a variaciones de presión durante seis minutos. La fórmula de la función que permite calcular la temperatura (en  $^{\circ}\text{C}$ ) conocido el tiempo transcurrido (en minutos) es

$$F(t) = t^3 - 6t^2 + 5t \quad 0 \leq t \leq 6$$

Determinar para que valores de  $t$  la temperatura es menor a  $0^{\circ}\text{C}$ .

### Resolución:

Debemos encontrar los valores de  $t \in [0; 6]$  para los cuales se cumple que

$$F(t) = t^3 - 6t^2 + 5t < 0$$



Podemos por ejemplo buscar primero las raíces del polinomio, y aplicar el método de Bolzano para hallar los intervalos de negatividad de la función.

Notemos que

$$t^3 - 6t^2 + 5t = t \cdot (t^2 - 6t + 5)$$

Una de las raíces es entonces  $t = 0$ .

Las raíces de  $t^2 - 6t + 5$  se obtienen a partir de la resolvente

$$t_{1;2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

Obtenemos,

$$t_1 = 5 \quad t_2 = 1$$

Aplicando, por ejemplo, el método de Bolzano, obtenemos los intervalos de positividad y negatividad dentro del intervalo  $[0; 6]$ :

$t$	0	(0;1)	1	(1; 5)	5	(5;6]
$F(t)$	0	+	0	-	0	+

Por lo tanto la temperatura será menor a cero grados en el intervalo (1; 5)

Material elaborado por la Cátedra de Matemática - UBAXXI





**MATEMÁTICA**  
**CLAVE DE CORRECCIÓN**  
**PRIMER TURNO – TEMA 2**  
**26/09/2018**

**Ejercicio 1 (2 puntos)**

Hallar, de existir, las raíces de la función

$$h \circ f(x) = h(f(x))$$

siendo

$$h(x) = 6 - 2x \quad ; \quad f(x) = x^2 - 7x + 3$$

**Resolución:**

Hallamos  $h \circ f(x)$  componiendo ambas funciones:

$$h(f(x)) = 6 - 2 \cdot (x^2 - 7x + 3) = 6 - 2x^2 + 14x - 6 = -2x^2 + 14x$$

Luego buscamos las raíces:

$$-2x^2 + 14x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x(-x + 7) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x = 0 \quad \text{ó} \quad -x + 7 = 0$$

La respuesta entonces es:

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad x = 7$$



**Ejercicio 2 (3 puntos)**

En un laboratorio se mide la temperatura de un gas sometido a variaciones de presión durante seis minutos. La fórmula de la función que permite calcular la temperatura (en °C) conocido el tiempo transcurrido (en minutos) es

$$G(t) = -t^3 + 3t^2 + 18t \quad 0 \leq t \leq 7$$

Determinar para que valores de  $t$  la temperatura es mayor a 0°C

**Resolución:**

Debemos encontrar los valores de  $t \in [0; 7]$  para los cuales se cumple que

$$G(t) = -t^3 + 3t^2 + 18t > 0$$

Podemos por ejemplo buscar primero las raíces del polinomio, y aplicar el método de Bolzano para hallar los intervalos de positividad de la función.

Notemos que

$$-t^3 + 3t^2 + 18t = t \cdot (-t^2 + 3t + 18)$$

Una de las raíces es entonces  $t = 0$ .

Las raíces de  $-t^2 + 3t + 18$  se obtienen a partir de la resolvente

$$t_{1;2} = \frac{(-3) \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 18}}{2 \cdot (-1)}$$

Obtenemos,  $t_1 = -3; t_2 = 6$

( $t_1 = -3 \notin [0; 7]$ , no se debe tener en cuenta)

Aplicando, por ejemplo, el método de Bolzano, obtenemos los intervalos de positividad y negatividad de  $G(t)$  dentro del intervalo  $[0; 7]$  pedido:

$t$	0	(0; 6)	6	(6; 7)
$G(t)$	0	+	0	-

Por lo tanto la temperatura será mayor a cero grados en el intervalo (0; 6).



### Ejercicio 3 (2 puntos)

Hallar las coordenadas  $(x; y)$  del punto de intersección de las gráficas de las funciones

$g(x) = -3x + 2$  y  $h(x)$ , siendo  $h$  una función lineal que cumple que  $h(1) = -8$  y  $h(4) = -2$

#### Resolución:

Primero hallamos los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de la función lineal  $h(x) = ax + b$  planteando las ecuaciones:

$$h(1) = a \cdot 1 + b = -8$$

$$h(4) = a \cdot 4 + b = -2$$

Al resolverlas obtenemos que

$$h(x) = 2x - 10$$

Para hallar la intersección de las gráficas de ambas funciones planteamos hallar los valores de  $x$  tales que  $g(x) = h(x)$ , o sea:

$$-3x + 2 = 2x - 10$$

Al despejar la incógnita  $x$  obtenemos:

$$x = \frac{12}{5}$$

Para hallar la coordenada  $y$  basta con especializar en una de las dos funciones este valor  $x = \frac{12}{5}$ , elegimos por ejemplo  $g(x)$  y obtenemos:

$$y = g\left(\frac{12}{5}\right) = (-3) \cdot \frac{12}{5} + 2 = -\frac{26}{5}$$

Por lo tanto la respuesta es  $(x; y) = \left(\frac{12}{5}; -\frac{26}{5}\right)$



**Ejercicio 4 (3 puntos)**

Dados los conjuntos

$$C = \{x \in R : |3x| < 6\}$$

$$D = \left\{x \in R : \frac{4}{2 + |x + 1|} \geq 1\right\}$$

Hallar analíticamente y graficar en la recta real el conjunto  $C \cap D$ .

**Resolución:**

Primero buscamos cuales son los valores de la recta real que pertenecen al conjunto  $C$ :

$$|3x| < 6 \iff -6 < 3x < 6 \iff -2 < x < 2$$

O sea,  $x \in (-2; 2)$

Ahora para el conjunto  $D$ :

$$\frac{4}{2 + |x + 1|} \geq 1 \iff 4 \geq 2 + |x + 1| \iff 2 \geq |x + 1| \iff -2 \leq x + 1 \leq 2 \iff -3 \leq x \leq 1$$

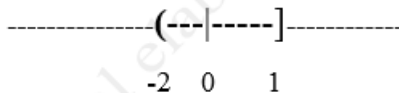
O sea,  $x \in [-3; 1]$

Por lo tanto,

$$C \cap D = (-2; 2) \cap [-3; 1] = (-2; 1]$$

$$C \cap D = (-2; 1]$$

Gráficamente en la recta real:



Material elaborado por la Cátedra de Matemática - UBAXXI



**MATEMÁTICA**  
**CLAVE DE CORRECCIÓN**  
**PRIMER TURNO – TEMA 3**  
**26/09/2018**

**Ejercicio 1 (2 puntos)**

Hallar las coordenadas  $(x; y)$  del punto de intersección de las gráficas de las funciones

$h(x) = 5x - 3$  y  $f(x)$  siendo  $f$  una función lineal que cumple que  $f(3) = 1$  y  $f(-1) = 9$

**Resolución:**

Primero hallamos los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de la función lineal  $f(x) = ax + b$  planteando dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$f(3) = a \cdot 3 + b = 1$$

$$f(-1) = a \cdot (-1) + b = 9$$

Al resolverlas obtenemos que  $f(x) = -2x + 7$ .

Para hallar la intersección de las gráficas de ambas funciones planteamos hallar los valores de  $x$  tales que  $h(x) = f(x)$ , o sea:

$$5x - 3 = -2x + 7$$

Al despejar la incógnita  $x$  obtenemos que  $x = \frac{10}{7}$

Para hallar la coordenada  $y$  basta con especializar en una de las dos funciones este valor obtenido, elegimos por ejemplo  $h(x)$  y obtenemos:

$$y = h\left(\frac{10}{7}\right) = 5 \cdot \frac{10}{7} - 3 = \frac{29}{7}$$

Por lo tanto la respuesta es  $(x; y) = \left(\frac{10}{7}; \frac{29}{7}\right)$



### Ejercicio 2 (3 puntos)

Dados los conjuntos

$$M = \{x \in R : |4x - 2| \leq 14\}$$

$$N = \left\{x \in R : \frac{5}{2 + |x|} < 1\right\}$$

### Resolución:

Primero buscamos los valores de la recta real que pertenecen al conjunto  $M$ :

$$|4x - 2| \leq 14 \Leftrightarrow -14 \leq 4x - 2 \leq 14 \Leftrightarrow -12 \leq 4x \leq 16 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$$

O sea,  $x \in [-3; 4]$

Ahora para el conjunto  $N$ :

$$\frac{5}{2 + |x|} < 1 \Leftrightarrow 5 < 2 + |x| \Leftrightarrow 3 < |x| \Leftrightarrow x > 3 \text{ ó } x < -3$$

O sea,  $x \in (3; +\infty)$  ó  $x \in (-\infty; -3)$

Es decir,

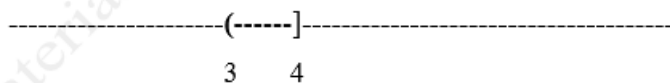
$$x \in (3; +\infty) \cup (-\infty; -3)$$

Por lo tanto,

$$M \cap N = [-3; 4] \cap [(3; +\infty) \cup (-\infty; -3)]$$

$$M \cap N = (3; 4]$$

Gráficamente en la recta real:





### Ejercicio 3 (2 puntos)

Hallar, de existir, las raíces de la función

$$g \circ h(x) = g(h(x))$$

siendo

$$g(x) = 5x^2 - 45 \quad ; \quad h(x) = 3 - x$$

### Resolución:

Hallamos  $g \circ h(x)$  componiendo ambas funciones:

$$g(h(x)) = 5(3 - x)^2 - 45 = 45 - 30x + 5x^2 - 45 = -30x + 5x^2$$

Luego buscamos las raíces

$$-30x + 5x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x(-30 + 5x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{ó} \quad -30 + 5x = 0$$

La respuesta entonces es:

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad x = 6$$

### Ejercicio 4 (3 puntos)

En un laboratorio se mide la temperatura de un gas sometido a variaciones de presión durante seis minutos. La fórmula de la función que permite calcular la temperatura (en  $^{\circ}\text{C}$ ) conocido el tiempo transcurrido (en minutos) es

$$H(t) = -t^3 + 9t^2 - 8t \quad 0 \leq t \leq 7$$

Determinar para que valores de  $t$  la temperatura es menor a  $0^{\circ}\text{C}$

### Resolución:

Debemos encontrar los valores de  $t \in [0; 7]$  para los cuales se verifica que

$$H(t) = -t^3 + 9t^2 - 8t < 0$$



Podemos por ejemplo buscar primero las raíces del polinomio, y aplicar el método de Bolzano para hallar los intervalos de negatividad de la función.

Notemos que

$$-t^3 + 9t^2 - 8t < 0 = t \cdot (-t^2 + 9t - 8)$$

Una de las raíces es entonces  $t = 0$ .

Las raíces de  $-t^2 + 9t - 8$  se obtienen a partir de la resolvente

$$t_{1;2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)}$$

Entonces,  $t_1 = 1; t_2 = 8$

Aplicando, por ejemplo, el método de Bolzano, obtenemos los intervalos de positividad y negatividad dentro del intervalo  $[0; 7]$

$t$	0	(0;1)	1	(1;5)	8
$H(t)$	0	-	0	+	0

Por lo tanto la temperatura será menor a cero grados en el intervalo  $(0; 1)$

Material elaborado por la Cátedra de Matemática - UBAXXI