UCASAL
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SALTA

Universidad Católica de Salta

Facultad de Economía y Administración – IEAD

Carreras: Lic. Adm. Empresas – Contador Público Nacional

Primer Parcial de Matemáticas I

Apellido y Nombres:	
Número de DNI:	

Criterio de evaluación: Adecuada aplicación de herramientas de Matemática I para resolver situaciones problemáticas contextualizadas y capacidad para argumentar y justificar las respuestas.

Condiciones de aprobación: Cada problema correctamente resuelto equivale a 25 puntos. El parcial se aprueba con 60 puntos (equivale a un 4).

Condiciones de presentación: Se podrá presentar en un archivo formato Word (por ejemplo, este mismo escrito) o convertirlo en PDF. Se asume que el foco de cada problema son las argumentaciones y justificaciones, razón por la cual no podría aparecer únicamente una imagen capturada de un software.

Actividades

Problema 1. Una pequeña empresa agropecuaria tiene 60 vaquillonas de raza Aberdeen-Angus, las cuales serán alimentadas durante 8 días con 1500 kilogramos de balanceado (además de las pasturas que se dispone). Actualmente se lograron vender 20 vaquillonas y quedará aproximadamente 750 kilogramos de alimento balanceado. Estas vaquillonas que no se vendieron saldrán al mercado la próxima semana. Determinar durante cuántos días podrán ser alimentadas las vaquillonas restantes, suponiendo que todas eran de la misma edad y peso. Fundamenta tu respuesta.

***Nota**: En la fundamentación se espera que identifiques las magnitudes, sus unidades de medida, realices un cuadro sistematizando la información, especifiques cuáles son las razones, las proporciones y tipo de proporcionalidad que interviene.*

Respuesta

Organizamos la información en una tabla:

Cantidad de vaquillonas (unidades)	*Cantidad de alimento balanceado (kg)*	*Tiempo que dura el balanceado (días)*
60	*1500*	*8*
40	*750*	*x*

Analizamos el tipo de relación de proporcionalidad que vincula a las magnitudes. Para ello, consideramos dos de las magnitudes y asumimos constante la que no usamos en el análisis. Así, por ejemplo, si tenemos 60 vaquillonas y se las puede alimentar por 8 días (asumimos que tenemos la misma cantidad de alimento), por tener menor cantidad (40 vaquillonas) tendremos para más días esa cantidad de alimento. En consecuencia, la relación entre cantidad de vaquillonas y el tiempo que dura el balanceado las une una relación de proporcionalidad inversa. En cambio, si tenemos 1500 de alimento de balanceado que dura 8 días, al tener una menor cantidad (750 kg) tendrá una duración menor de tiempo. Por esta razón, existe una relación de proporcionalidad directa entre las magnitudes.

Cantidad de vaquillonas (unidades)	*Cantidad de alimento balanceado (kg)*	*Tiempo que dura el balanceado (días)*
60	*1500*	*8*
40	*750*	*x*

Relación de proporcionalidad directa

Relación de proporcionalidad inversa

Las razones las formamos con cantidades de la misma magnitud y las vinculamos formando una relación de proporcionalidad. Así tendremos:

$$\frac{x}{8} = \frac{750}{1500} \cdot \frac{60}{40}$$

En consecuencia:

$$x = \frac{750}{1500} \cdot \frac{60}{40} \cdot 8$$

$$x = 6$$

Por lo tanto, 20 vaquillonas podrán ser alimentadas durante 6 días con los 750 kg de balanceado, razón por la cual podrían tener inconvenientes para la próxima venta, pues se realizará en una semana.

Problema 2..

Una empresa dedicada a la producción de alimentos balanceados para animales determinó que para un precio de U$S 25 la tonelada, serán demandadas 2500 toneladas del mismo, mientras que para un precio de U$S 90 la tonelada, la demanda resulta de 1200 toneladas.

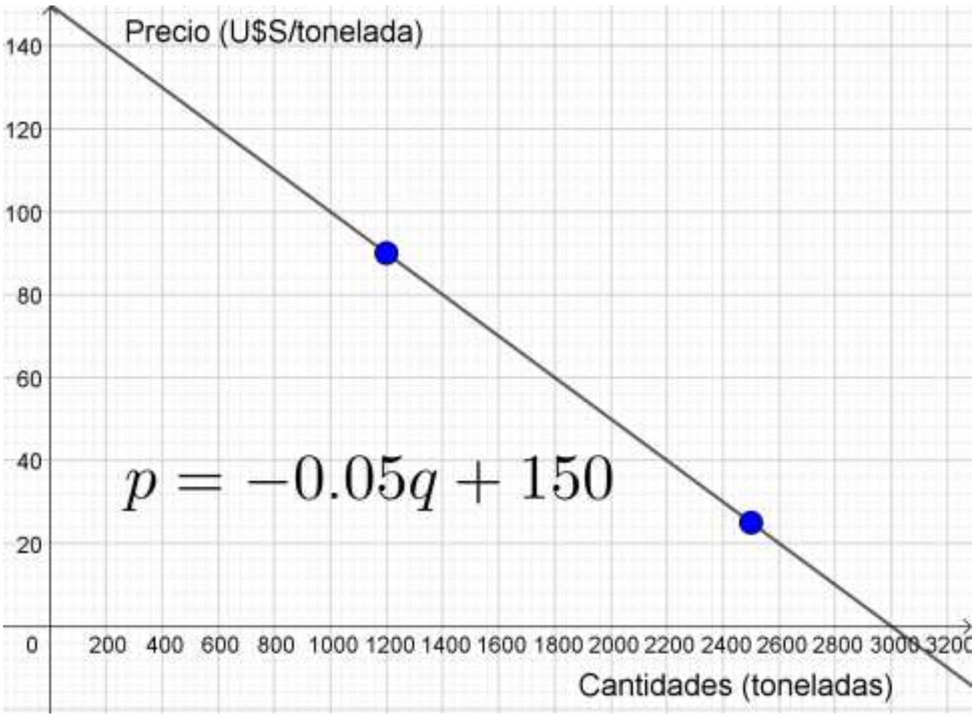
Calcula y clasifica la elasticidad precio de la demanda si el precio del producto, que actualmente es de U$S 50 la tonelada, se lo quiere llevar a U$S 58 la tonelada. Justifica la respuesta con procedimientos y propiedades de las Matemáticas I, realizando las interpretaciones correspondientes.

Respuesta

La situación nos brinda los datos que se muestran a continuación:

Cantidad (toneladas)	*Precio (U$S/tonelada)*
2500	*25*
1200	*90*

Sabemos que la ecuación de demanda tiene que ser una función decreciente. Como tenemos pocos datos (dos puntos en un sistema de ejes coordinados) podríamos ajustar diferentes funciones. Asumimos, en primera instancia, que el comportamiento es lineal.



Tenemos como datos que el precio actual es de U$S 50 pasó a U$S 58, lo cual implica un 16% de aumento. Esto se justifica calculando la relación que existe entre el aumento de precio (U$S 8) referido a la cantidad inicial, o si no, planteando una regla de tres simple.

$$Incremento = \frac{58 - 50}{50} = 0.16 = 16\%$$

Nos queda por determinar la cantidad demanda, lo cual nos lleva al planteo de ecuaciones lineales:

$$50 = -0.05q + 150 \rightarrow q = 2000$$

$$58 = -0.05q + 150 \rightarrow q = 1840$$

Si determinamos la disminución que hubo en la cantidad demanda tendremos:

$$Disminución = \frac{1840 - 2000}{2000} = -0.08 = -8\%$$

Con estos valores podemos anticipar que se trata de una elasticidad precio de la demanda inelástica, pues ante un aumento del 16% del precio, la cantidad demandada disminuye un 8%. Particularmente la elasticidad precio de la demanda para este caso será:

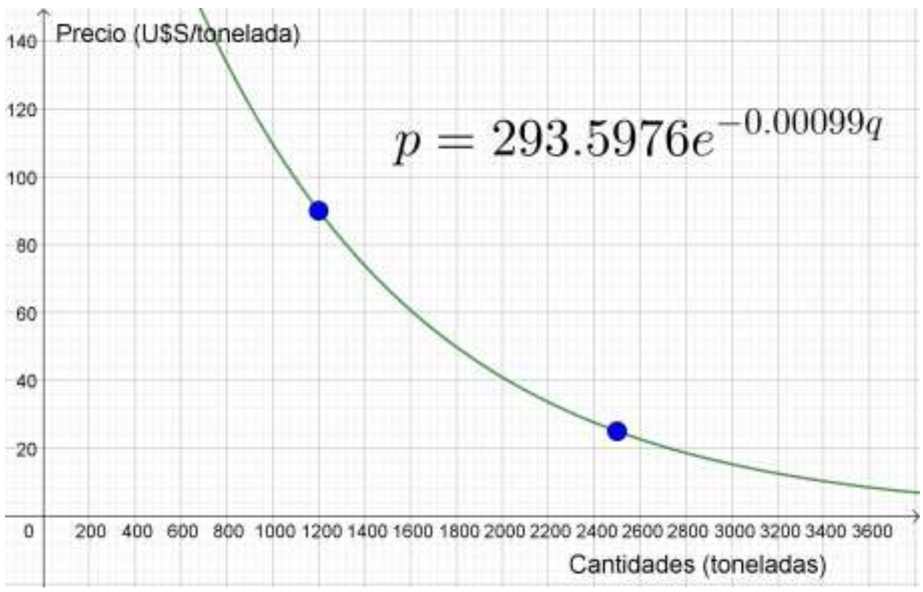
$$EPD = \left|\frac{-0.08}{0.16}\right| = 0.5$$

Al ser un valor menor a 1, la elasticidad precio de la demanda es inelástica y la podemos interpretar como que, ante un aumento del 1% en el precio actual, la cantidad demandada disminuye un 0,5%

También podría calcularse la Elasticidad Precio de la Demanda de la siguiente manera:

$$EPD = \left|\frac{\frac{q_2 - q_1}{q_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}}\right|$$

Si optamos por un ajuste exponencial para la función de demanda tendríamos:



Para realizar el cálculo de las cantidades demandadas para los precios dados (U$S50 y U$S 58) planteamos las siguientes ecuaciones y sus resoluciones (obtendremos valores aproximados por el redondeo):

$$50 = 293.5976e^{-0.00099q}$$

$$\frac{50}{293.5976} = e^{-0.00099q}$$

$$ln\left(\frac{50}{293.5976}\right) = -0.00099q$$

$$\frac{ln\left(\frac{50}{293.5976}\right)}{-0.00099q} = q$$

$$q \approx 1788.07$$

Para el precio de U$S 58 tenemos:

$$58 = 293.5976e^{-0.00099q}$$

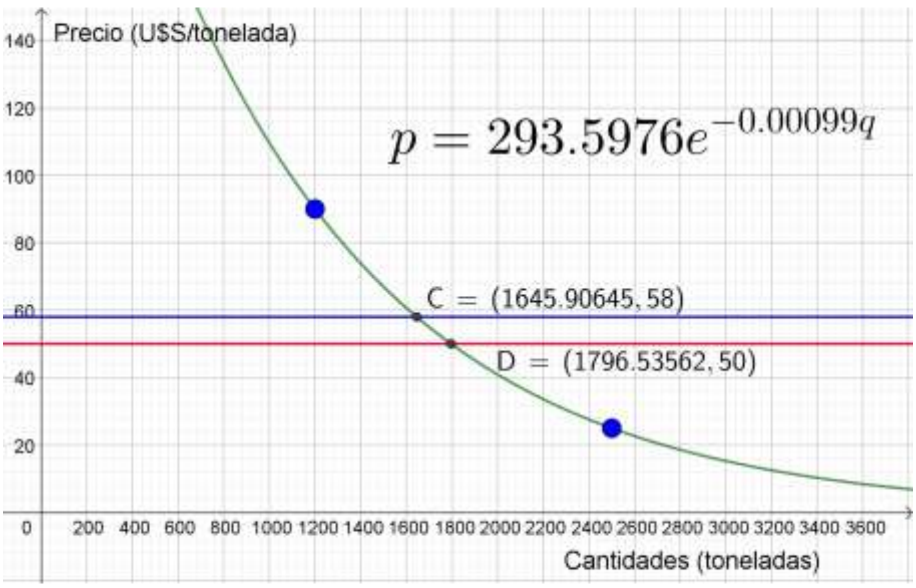
$$\frac{58}{293.5976} = e^{-0.00099q}$$

$$ln\left(\frac{58}{293.5976}\right) = -0.00099q$$

$$\frac{ln\left(\frac{58}{293.5976}\right)}{-0.00099q} = q$$

$$q \approx 1638.15$$

Si controlamos con GeoGebra, que nos dará un valor más cercano al real, pues trabaja con más dígitos que los que usamos en nuestros desarrollos, tendremos:



Para el cálculo del porcentaje que tuvo de disminución la cantidad demandada tendremos:

$$Disminución = \frac{1638.15 - 1788.07}{1638.15} \approx -0.09 = -9\%$$

Si utilizamos los valores que arrojó GeoGebra tendremos:

$$Disminución = \frac{1645.91 - 1796.54}{1645.91} \approx -0.09 = -9\%$$

Nuevamente podemos advertir que se trata de una elasticidad precio de la demanda inelástica. El cálculo de la misma resulta:

$$EPD = \left|\frac{-0.09}{0.16}\right| = 0.5625$$

Nos queda un valor menor a 1, lo cual se corresponde con elasticidades precio de la demanda inelástica, y acontecen cuando se tiene una variación en los precios y la cantidad demandada disminuye un porcentaje menos. En este caso, diríamos que ante un aumento del 1% del precio, en el margen de los U$S 50, la cantidad demandada disminuye un 0.5625 %.

Problema 3.. Se quiere adquirir un local comercial, ubicado en un parque industrial, tasado en $ 35.200.000. Ofrecen las siguientes alternativas de pago:

- Un pago de contado con el 15% de descuento comercial.
- Una entrega del 50% ahora y tres cuotas iguales de $ 6.000.000 a los 3, 6 y 9 meses.
- 75% de entrega y $ 13.000.000 dentro de un año.

Si se asume una tasa de interés nominal anual del 46%, ¿cuál oferta resultaría más conveniente? Fundamenta tu respuesta mostrando procedimientos matemáticos.

Nota: No será considerada como válida una fundamentación dada únicamente con fórmulas de Excel.

Respuesta

Para poder analizar las alternativas, buscaremos el vapor presente de todas ellas.

Alternativa 1

- *Un pago de contado con el 15% de descuento comercial.*

Si se toma esta alternativa, el local comercial se pagará con el descuento comercial del 15%:

$$VA = 35.200.000 \cdot (1 - 0.15) = 29.920.000$$

Por lo tanto, el total pagado en valor presente será de $29.920.000

Alternativa 2

- Una entrega del 50% ahora y tres cuotas iguales de $ 6.000.000 a los 3, 6 y 9 meses.

Tenemos que considerar los 4 pagos con sus valores actuales.

UCASAL
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SALTA

Interés simple	*Interés compuesto*
$P_1 = \$35.200.000 \cdot 0.5 = \$17.600.000$	$P_1 = \$35.200.000 \cdot 0.5 = \$17.600.000$
$P_2 = \dfrac{\$6.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12} * 3\right)} = \$5.381.165{,}92$	$P_2 = \dfrac{\$6.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12}\right)^3} = \$5.359.704{,}69$
$P_3 = \dfrac{\$6.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12} * 6\right)} = \$4.878.048{,}78$	$P_3 = \dfrac{\$6.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12}\right)^6} = \$4.787.739{,}06$
$P_4 = \dfrac{\$6.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12} * 9\right)} = \$4.460.966{,}54$	$P_4 = \dfrac{\$6.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12}\right)^9} = \$4.276.811{,}25$
$VA = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \$32.320.181{,}24$	$VA = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \$32.024.255$

Por lo tanto, el total pagado en valor presente será de $32.320.181,24 si consideramos la operación a interés simple y $\$32.024.255$ *si la consideramos a interés compuesto.*

***Alternativa 3**:*

- 75% de entrega y $ 13.000.000 dentro de un año.

Tenemos que considerar los 2 pagos con sus valores actuales.

Interés simple	*Interés compuesto*
$P_1 = \$35.200.000 \cdot 0.75 = \$26.400.000$	$P_1 = \$35.200.000 \cdot 0.75 = \$26.400.000$
$P_2 = \dfrac{\$13.000.000}{(1 + 0.46)} = \$8.904.109.59$	$P_2 = \dfrac{\$13.000.000}{\left(1 + \frac{0.46}{12}\right)^{12}} = \$8.277.549{,}70$
$VA = P_1 + P_2 = \$35.304.109{,}59$	$VA = P_1 + P_2 = \$34.677.549{,}70$

Por lo tanto, el total pagado en valor presente será de $35.304.109,59 si consideramos la operación a interés simple y $34.677.549,70 si la consideramos a interés compuesto.

- *Comparando las alternativas al valor presente, resulta más conveniente la primera (Un pago de contado con el 15% de descuento comercial*), con un valor de $\$29.920.000$

Problema 4. Para cierto producto, el fabricante establece que la ecuación de demanda responde al siguiente modelo:

$$p = 80e^{-0.015q}$$

Donde p está dado en U$S por tonelada y q en toneladas. Asimismo, el fabricante asume que los precios del mercado varían de acuerdo a la siguiente relación:

$$|5p - 300| \leq 25$$

Establece entre qué valores se encontrarán las cantidades que podrían ser demandas. Justifica la respuesta con procedimientos de Matemáticas I.

Nota: No será considerada como válida una fundamentación dada únicamente con resoluciones realizadas con software.

Respuesta

En primera instancia determinaremos entre qué valores varían los precios.

$$|5p - 300| \leq 25$$

Aplicando como propiedad que $[x] \leq a$, *con a positivo, puede transformarse en* $-a \leq x \leq a$, *tendremos:*

$$-25 \leq 5p - 300 \leq 25$$

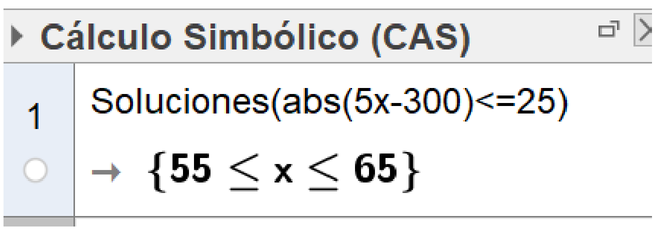
Si realizamos la resolución, tendremos:

$$-25 + 300 \leq 5p \leq 25 + 300$$

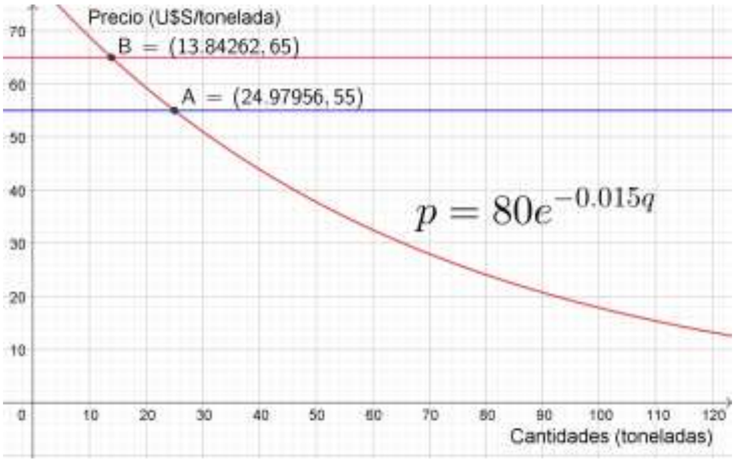
$$275 \leq 5p \leq 325$$

$$55 \leq p \leq 65$$

El control realizado con GeoGebra nos arroja lo siguiente:



Para determinar las cantidades que corresponden a esta variación de precios realizamos un gráfico en GeoGebra para ubicarnos y, posteriormente, daremos los fundamentos de las respuestas encontradas.



Plateamos las siguientes ecuaciones y su resolución:

$$55 = 80e^{-0.015q}$$

$$\frac{55}{80} = e^{-0.015q}$$

$$ln\left(\frac{55}{80}\right) = -0.015q$$

$$\frac{ln\left(\frac{55}{80}\right)}{-0.015} = q$$

$$q \approx 24.98$$

Para el precio de U$S 65 por tonelada tenemos

$$65 = 80e^{-0.015q}$$

$$\frac{65}{80} = e^{-0.015q}$$

$$ln\left(\frac{65}{80}\right) = -0.015q$$

$$\frac{ln\left(\frac{65}{80}\right)}{-0.015} = q$$

$$q \approx 13.84$$

En consecuencia, las cantidades varían entre las 13.84 toneladas y las 24.98 toneladas cuando los precios lo hacen entre los U$S 55 por tonelada y U$S 65 por tonelada.