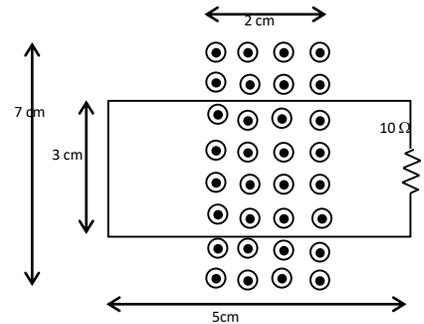


2º Cuatrimestre Año: 2020

2º EXAMEN PARCIAL

Problema 1: Se tiene el circuito de la figura, con un campo magnético apuntando hacia afuera de la hoja. Dicho campo varía con el tiempo según $B(t) = 0,5(T/s) t + 2(T/s^2) t^2$

- Encontrar la *fem* inducida en el circuito y la corriente que circula por la resistencia.
- Dibujar el sentido de circulación de la corriente, justificando la misma en función de la Ley de Lenz.
- Si ahora el circuito se mueve hacia la izquierda a una velocidad constante de 10 m/s de modo que el $B(t)$ no sale de dentro del circuito, ¿cambia el valor de *fem*? De ser así, encuéntrala.
- Si finalmente el circuito comienza a salir de la zona del $B(t)$ con la misma velocidad, ¿cambia el valor de *fem*? De ser así, encuéntrala. El sentido de la corriente, ¿cambia? Justifique su respuesta.



Resolución:

- Para encontrar la *fem* inducida, primero debemos calcular el flujo magnético:

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos 0 = BA = (0,5t + 2t^2) A$$

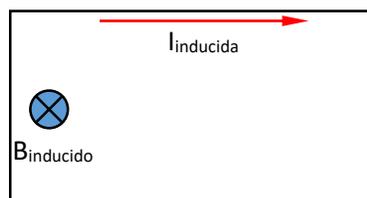
Donde el área que realmente está atravesada por el flujo es:

$$A = 0,02m \cdot 0,03m = 6 \times 10^{-4} m^2$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(0,5t + 2t^2) \cdot 6 \times 10^{-4}}{dt} = (0,5 + 4t) \cdot 6 \times 10^{-4} = 3 \times 10^{-4} + 24 \times 10^{-4} t$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{3 \times 10^{-4} + 24 \times 10^{-4} t}{10 \Omega} = 3 \times 10^{-5} + 2,4 \times 10^{-4} t$$

- A medida que aumenta el tiempo, el campo magnético y por consiguiente el flujo aumentan. El sentido de circulación de la corriente debe ser tal que genere un campo inducido entrante en la hoja para intentar neutralizar el aumento del campo original. El sentido es el indicado en la figura:



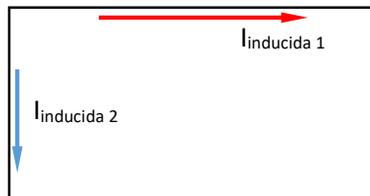
- Si ahora el circuito se mueve hacia la izquierda a una velocidad constante de 10 m/s de modo que el $B(t)$ no sale de dentro del circuito, no cambia la *fem* ya que no hay variación de flujo en todo el movimiento.

Es decir que mientras el campo permanezca dentro del circuito la fem se genera por $B(t) = (0,5t + 2t^2)$

- d) Si finalmente el circuito comienza a salir de la zona del $B(t)$ con la misma velocidad, aparece una fem de movimiento que se suma a la fem ya existente $\varepsilon_N = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

La fem de movimiento $\varepsilon_2 = v \cdot l \cdot B = 10 \frac{m}{s} \cdot 0,03m (0,5t + 2t^2)$

La nueva fem inducida tendrá sentido opuesto pues a medida que el circuito sale de la zona de campo magnético, éste decrece y la fem dos debe generar más líneas de campo para compensar el decrecimiento y oponerse a la variación que le dio lugar.

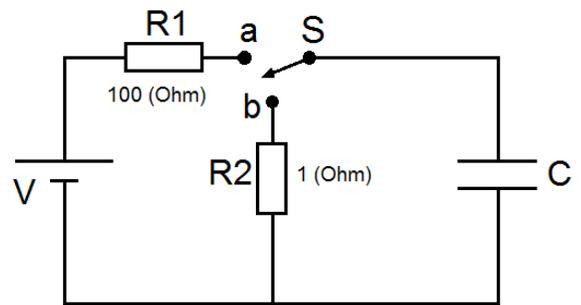


$$\varepsilon_N = (0,5 + 4t) \cdot 6 \times 10^{-4} V + 10 \frac{m}{s} \cdot 0,03m (0,5t + 2t^2)$$

Problema 2: En el circuito de la figura la llave S se encuentra conectada en el borne "a" durante mucho tiempo, y la energía almacenada en el capacitor es de $2,5 \times 10^{-3}$ Joule.

Para un tiempo $t = 0$, la llave S se conmuta al borne "b", y en ese momento la corriente que circula por R2 es de 50 Amperios

- Calcular el valor de V
- Calcular el valor de C
- Calcular el valor de la carga en el proceso de descarga (llave conectada en b) para $t = 2 \tau$ (Dos constantes de tiempo)
- Graficar la corriente $i(t)$ en el proceso de carga y descarga del capacitor, indicando los parámetros representativos.



Resolución:

- Calcularemos el potencial entregado por la batería, para ello recordemos que como estuvo conectado durante un largo tiempo, alcanzó el valor máximo del mismo:

$$I_{R_2} = \frac{V_C (\text{potencial almacenado en el capacitor})}{R_2}$$

$$V = V_C = I_{R_2} \cdot R_2 = 50 A \cdot 1 \Omega = 50 V$$

$$\boxed{V = 50 V}$$

- Vamos a calcular ahora la capacitancia del capacitor, para ello utilizaremos el valor de la energía almacenada en el capacitor:

$$U_c = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow C = \frac{2U_c}{V^2} = \frac{2 \cdot 2,5 \times 10^{-3} J}{50^2 V^2} = 2 \times 10^{-6} F$$

$$\boxed{C = 2 \mu F}$$

- c) Calcularemos el valor de la carga durante el proceso de descarga (llave conectada en b) para $t = 2 \tau$ (Dos constantes de tiempo):

$$q_{2\tau} = Q_{\max} e^{-t/\tau_2} = Q_{\max} e^{-2\tau_2/\tau_2} = Q_{\max} e^{-2}$$

$$q_{2\tau} = CVe^{-2} = 2 \times 10^{-6} F \cdot 50V = 100 \times 10^{-6} e^{-2} C$$

$$\boxed{q_{2\tau} = 13 \mu C}$$

- e) Graficar la corriente $i(t)$ en el proceso de carga y descarga del capacitor, indicando los parámetros representativos:

Para la carga:

$$i(t) = I_{\max.} \cdot e^{-t/\tau_1}$$

Donde

$$\tau_1 = R_1 \cdot C = 100 \Omega \cdot 2 \times 10^{-6} F = 200 \times 10^{-6} \text{ seg}$$

$$I_{\max.} = \frac{50 V}{100 \Omega} = 0,5 A$$

$$i(t) = 0,5 A \cdot e^{-t/\tau_1}$$

Para la descarga:

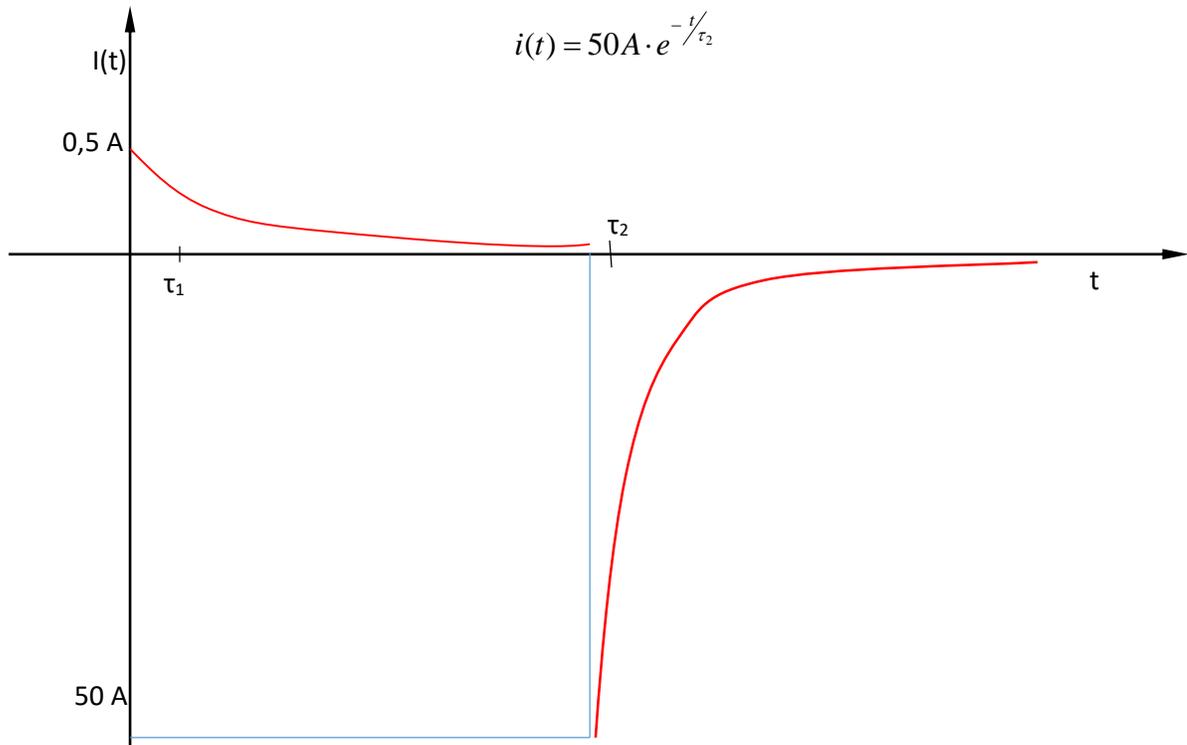
$$i(t) = I_{\max.} \cdot e^{-t/\tau_2}$$

Donde

$$\tau_2 = R_2 \cdot C = 1 \Omega \cdot 2 \times 10^{-6} F = 2 \times 10^{-6} \text{ seg}$$

$$I_{\max.} = 50 A$$

$$i(t) = 50 A \cdot e^{-t/\tau_2}$$

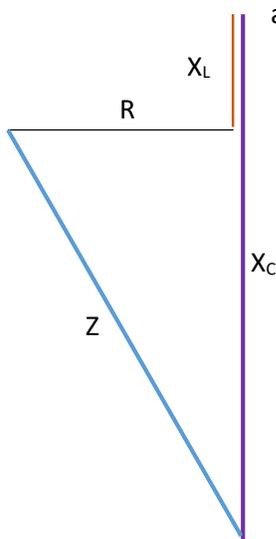


Problema 3: Se dispone de un instrumento que mide impedancias en corriente alterna, que funciona a una frecuencia fija de 1 KHz. Se conecta a él una resistencia, y el instrumento mide 50 Ohm; después se conecta una inductancia, y el instrumento mide 6,28 Ohm; finalmente se mide un capacitor, y el instrumento mide 454,7 Ohm. Cada elemento se mide individualmente, y se los considera ideales. Se conectan los tres elementos en serie a un generador que entrega una tensión

$v(t) = 62,5 \cos(12 \pi \cdot 10^3 t)$ (Volts). Se pide:

- Dibujar el triángulo de impedancias del circuito, en una escala adecuada.
- La expresión de $i(t)$ del circuito.
- La potencia disipada (en Watts) en el circuito.

Resolución:



- a) Las reactancias inductiva y capacitiva dependen de la frecuencia de oscilación que en este caso es 1KHz, por lo tanto, de acuerdo a la medición del instrumento:

$$Z_{resistiva} = \sqrt{R^2 + 0^2} = R = 50 \Omega$$

$$Z_{capacitiva} = \sqrt{0^2 + \left(0 - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{1}{\omega C} = 454,7 \Omega$$

$$Z_{inductiva} = \sqrt{0^2 + (\omega L - 0)^2} = \omega L = 6,28 \Omega$$

Donde $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 1000 \text{ Hz} = 6283,19 \frac{1}{s}$

$$\frac{1}{\omega C} = 454,7 \Omega \Rightarrow C = \frac{1}{6283,19 \frac{1}{s} \cdot 454,7 \Omega} = 3,5 \times 10^{-7} F$$

$$\omega L = 6,28 \Omega \Rightarrow L = \frac{6,28 \Omega}{6283,19 \frac{1}{s}} = 9,9 \times 10^{-4} H \cong 10^{-3} H$$

$$\boxed{L = 9,9 \times 10^{-4} H \cong 10^{-3} H \quad C = 3,5 \times 10^{-7} F}$$

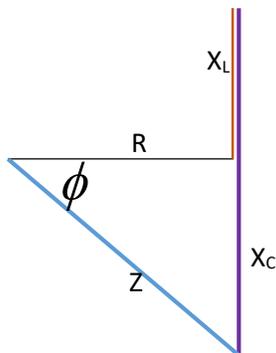
- b) Con los valores obtenidos de C y L, conecto los tres elementos en serie con el nuevo generador cuya frecuencia de oscilación es $12 \pi \cdot 10^3$:

$$\omega' = 12\pi \times 10^3 = 37.699,11$$

$$X'_L = \omega' L = 37.699,11 \cdot 10^{-3} H = 37,699 \Omega$$

$$X'_C = \frac{1}{\omega' C} = \frac{1}{37.699,11 \cdot 3,5 \times 10^{-7} F} = 75,79 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega' L - \frac{1}{\omega' C}\right)^2} = \sqrt{50^2 + (37,699 - 75,79)^2} = 62,88 \Omega$$



$$\boxed{X'_L = 37,699 \Omega \quad X'_C = 75,79 \Omega \quad Z = 62,88 \Omega}$$

$$\phi = \arctg \frac{X}{R} = -37,3^\circ = -0,65 \text{ rad/s}$$

$$I_{\text{máx}} = \frac{\varepsilon}{Z} = \frac{62,5 \text{ V}}{62,88 \Omega} = 0,999 \text{ A} \cong 1 \text{ A}$$

$$i(t) = 0,999 \text{ A} \cos(37.699,1 \cdot t + 0,65) \cong 1 \text{ A} \cos(37.699,1 \cdot t + 0,65)$$

c) La potencia disipada (en Watts):

$$P_{\text{disipada}} = P_{\text{activa}} = I_{\text{ef}} \varepsilon_{\text{ef}} \cos 37,3^\circ = 24,86 \text{ W}$$

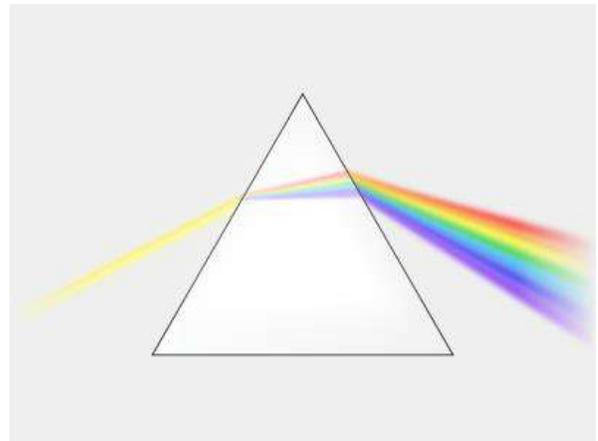
$$P_{\text{disipada}} = P_{\text{activa}} = I_{\text{ef}}^2 R = \frac{I^2}{2} 50 \Omega = 25 \text{ W}$$

Bloque 4:

- ¿Cuál es el fenómeno que produce la separación de la luz blanca en sus componentes espectrales? ¿Por qué se produce? Justifique su respuesta.
- ¿Cuáles son las leyes de la reflexión y refracción? ¿En qué principio se sustentan?
- Si una combinación de lentes forma una imagen virtual y derecha, ¿qué tipo de lentes intervienen en la combinación?

Respuestas:

- a) Si un haz de luz blanca se hace pasar por un elemento refractor, como un prisma de vidrio, esta se descompone o *dispersa* en una banda de componentes de distinto color, banda en la que las longitudes de onda componentes están separadas espacialmente; las longitudes más largas se desvían o refractan en un ángulo más pequeño que las más cortas. A este efecto óptico se le llama espectro, y se encuentra que, en el caso de la luz blanca, los colores que presenta el espectro visible son, en orden de longitud de onda decreciente: rojo, naranja, amarillo, verde, azul, añil y violeta. La separación de la luz blanca en sus componentes espectrales mediante un prisma se basa en el hecho de que, en una sustancia transparente densa como vidrio, la velocidad de la luz es menor que en el vacío, además de que su velocidad cambia para distintas longitudes de onda.



Por lo tanto, las diferentes longitudes componentes desvían o refractan ángulos desiguales al pasar por un prisma, y cada color emerge en dirección ligeramente diferente, como se ilustra en la figura. Este fenómeno es llamado *dispersión*.

- b) Partiremos del enunciado fundamental acerca del comportamiento de las ondas luminosas, que se conoce como *principio del tiempo mínimo de Fermat*. Las leyes de la reflexión son:
- El haz de luz incidente, el haz reflejado y la normal, pertenecen a un mismo plano.
 - El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión: $\vartheta_i = \vartheta_r$.

Las leyes de la refracción son:

- El haz de luz incidente, el haz refractado y la normal, pertenecen a un mismo plano.
- El seno del ángulo de incidencia dividido entre el seno del ángulo de refracción, tiene valor constante n_r y se conoce como índice de refracción relativo entre los dos medios.

Si el medio superior es el vacío o el aire, entonces $v = c$ y $n_r = \frac{c}{v'} = n$, en que usamos n

para indicar el índice de refracción absoluto de cualquier sustancia transparente densa con respecto al vacío o al aire (en la práctica). Esta expresión es conocida como Ley de Snell.

- c) La combinación de lentes para formar una imagen virtual derecha, es una lente convergente y una divergente, de tal manera que la lente convergente forme una imagen real, invertida y aumentada, y la lente divergente la ponga derecha.

Otra opción era dos lentes convergentes, donde el objeto se coloque entre el foco y la lente.